Vrstvový model (sférický)

2-FJF-115 Fyzika atómového jadra

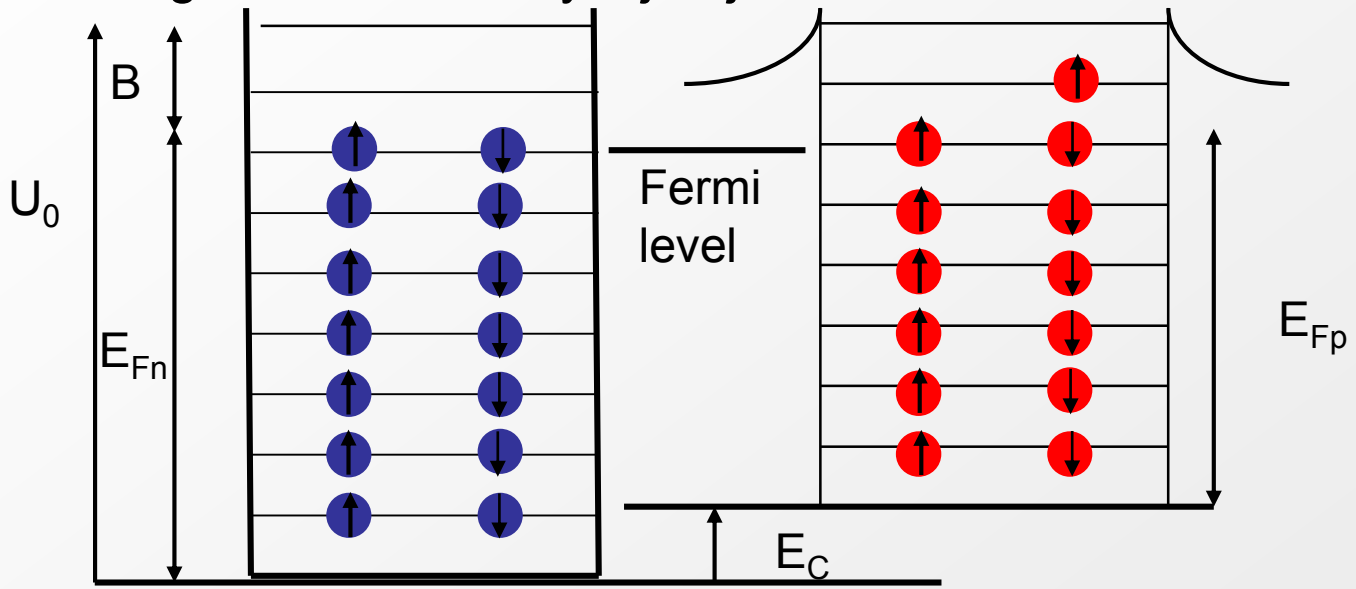
FERMIHO MODEL

Fermiho energia

- Fermiho model zavádzame pre fermióny, pre ktoré v dôsledku Pauliho vylučovacieho princípu nie je možné, aby v stave charakterizovaným jednou sadou kvantových čísel existovali 2 identické fermióny.
- Zjednodušene predpokladáme voľný pohyb protónov a neutrónov v jadrovom potenciáli. Samotný potenciál je pritom generovaný interakciami nukleónov.
- V prvom priblížení sa predpokladajú pravouhlé potenciály. Samotný potenciál predpokladáme v rámci Fermiho modelu pre protóny a neutróny samostatný. V rámci týchto potenciálov sa nachádzajú kvantované hladiny, pričom na každej sa môžu nachádzať 2 nukleóny s opačnými spinmi.

Fermiho a väzbová energia

- Stavy sa zapĺňajú všetkými fermiónmi postupne. Energia najvyššej obsadenej hladiny – tzv. Fermiho hladiny - sa nazýva Fermiho energia.
- B je rozdiel energií okraju potenciálu a Fermiho hladiny a predstavuje väzbovú energiu nukleónu. Zvyčajne je 6 – 8 MeV



E_C Coulomb. Energia
B Väzbová energia posledného nukleónu
E_{Fn} a E_{Fp} fermiho energie neutrónov resp. protónov
U_0 hĺbka potenciálnej jamy

VRSTVOVÝ MODEL (SHELL MODEL)

Magické čísla

- Izotopy s početnosťou protónov alebo neutrónov 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 vykazujú anomálne hodnoty v porovnaní so susednými izotopmi.
- Tieto anomálie nevysvetľuje ani kvapkový ani fermiho mode. Potrebujeme odlišný koncept.

Vrstvový model

- Jednočasticový sférický vrstvový model
- Ignorovanie nukleón – nukleónovej interakcie
- Interakcie „generujú“ potenciál. Odlišnosť od pohybu elektrónov v obale atómového jadra (t.j. v centrálnom poli).

Shell model – rozloženie hladín

Lineárny harmonický oscilátor

$$V(r) = \begin{cases} -V_0\left[1 - \frac{r^2}{R^2}\right] & \text{if } r < R \\ 0 & \text{if } r > R \end{cases}$$

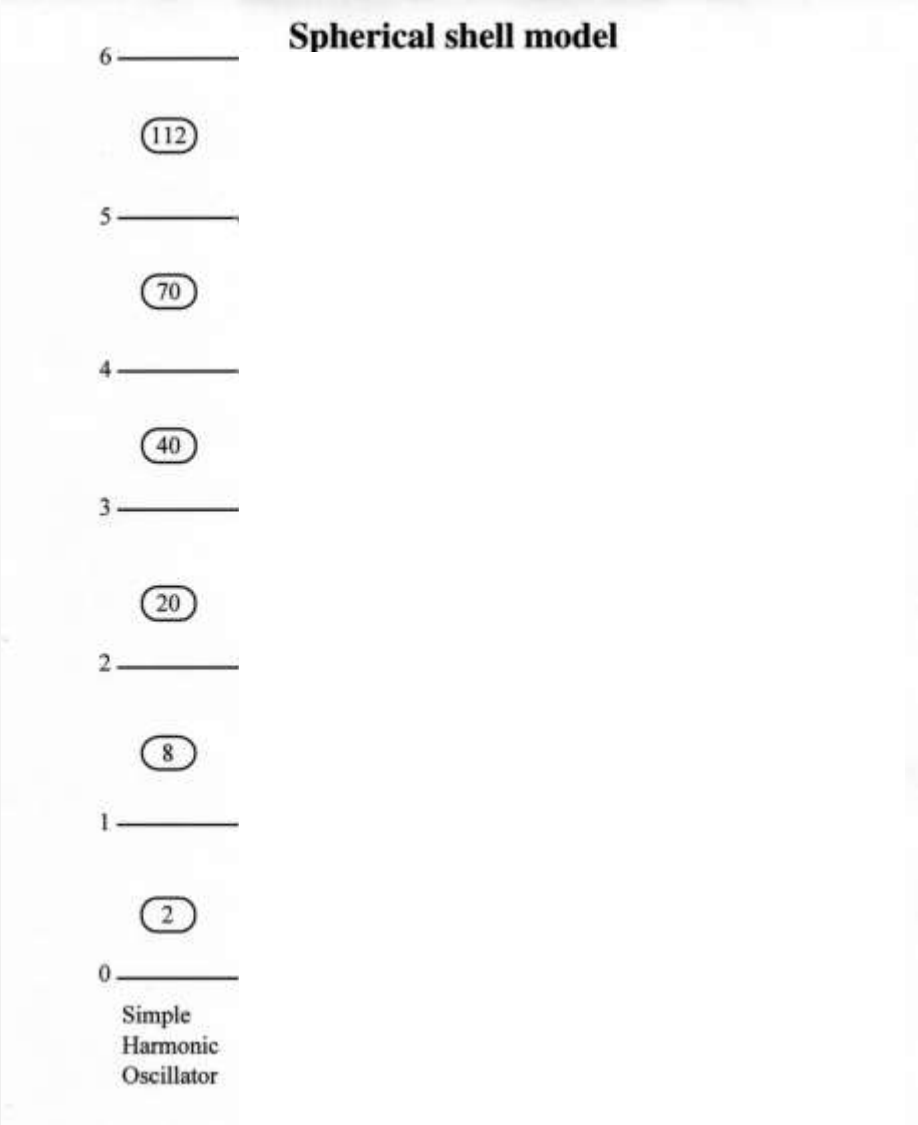
Pravouhlý konečný potenciál

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{if } r < R \\ 0 & \text{if } r > R, \end{cases}$$

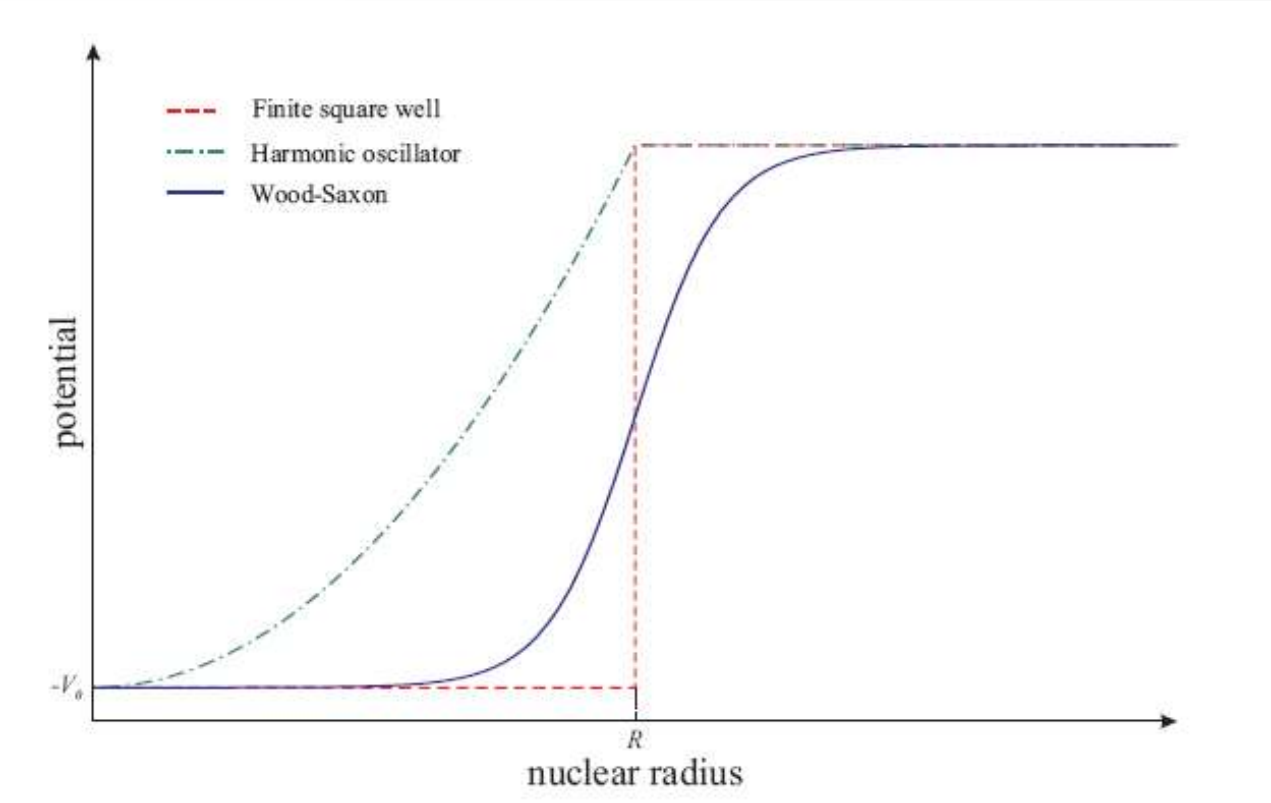
Wood-Saxon

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp(\frac{r-R}{a})},$$

$$V(r) \rightarrow V(r) + W(r)\mathbf{L}\cdot\mathbf{S}.$$

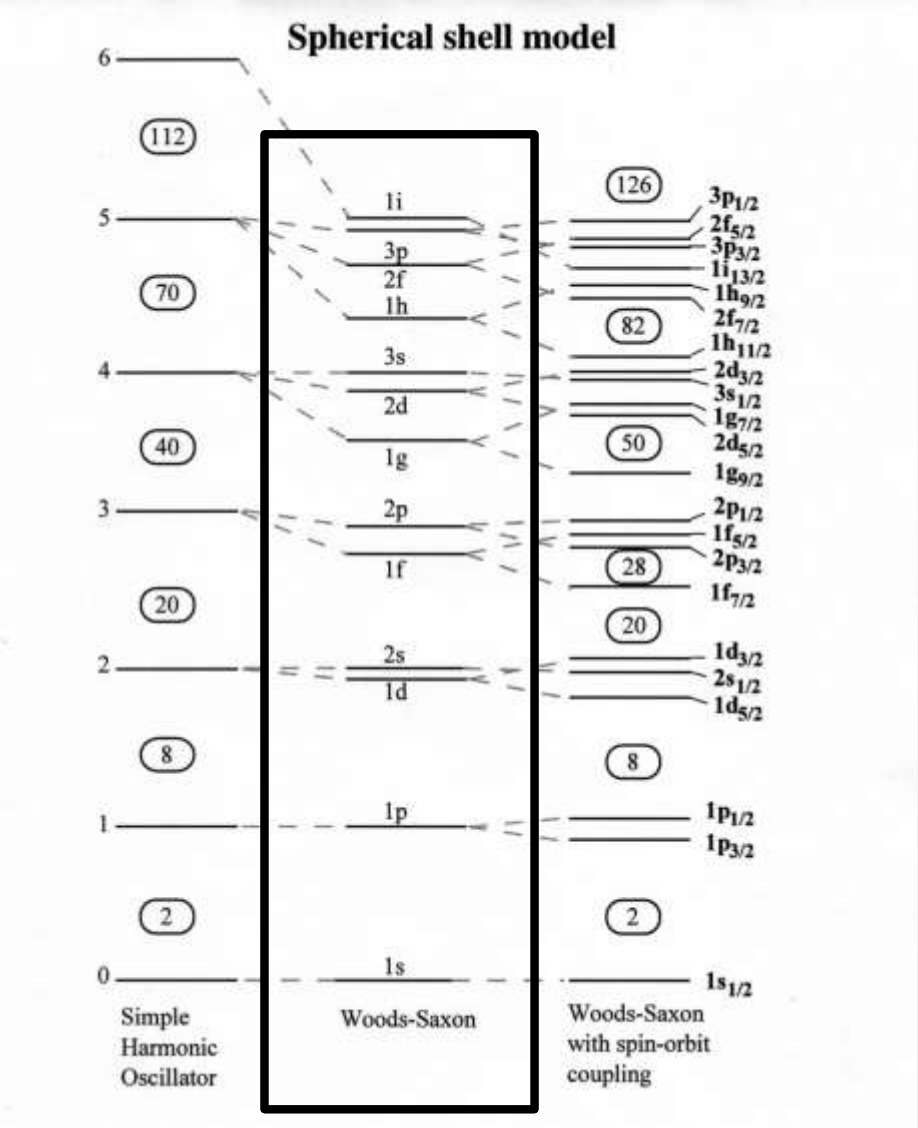


Základné využívané potenciály



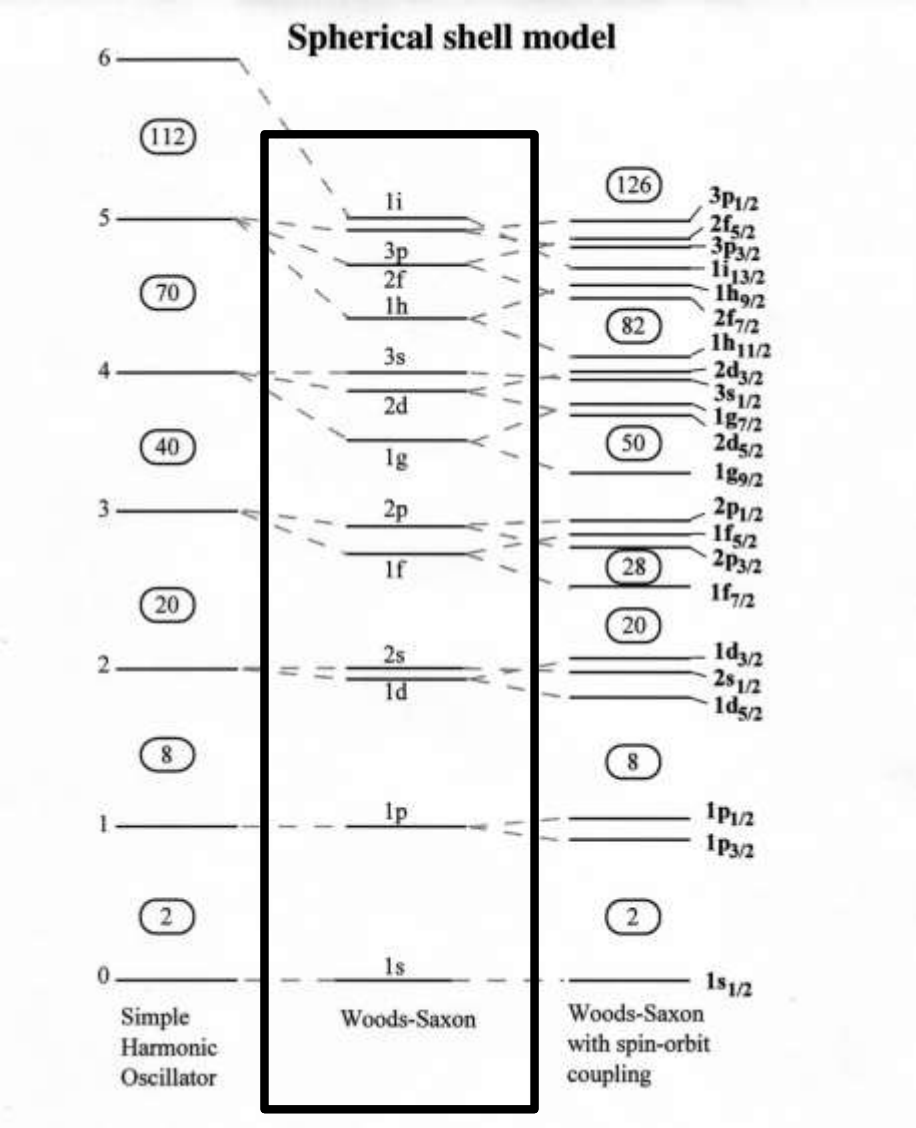
Hĺbka potenciálu je cca 50 MeV

Shell model – rozloženie hladín



- V dôsledku Pauliho vylučovacieho princípu je na každej hladine iba určitý počet nukleónov. Postupne zapĺňajú vyššie hladiny a pre určitý počet nukleónov sa zaplnia práve po energetickú medzeru medzi hladinami.
- Tieto medzery zodpovedajú jadrám s vyššou stabilitou.
- Označenie hladín:
- písmeno indikuje orbitálny moment hybnosti nukleónu (s pre l=0, p pre l=1, d pre l=2, f pre l=3... atď.)

Shell model – označenie hladín



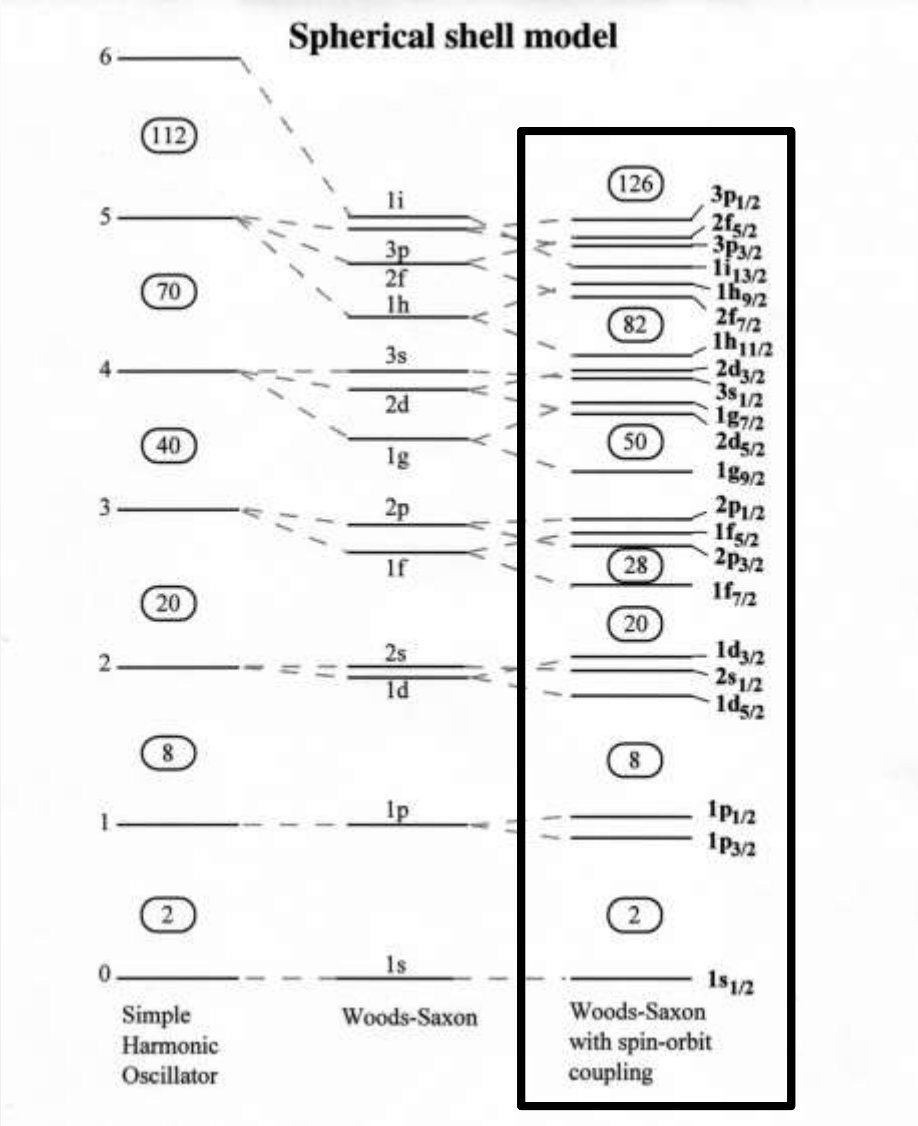
- Označenie hladín:
  - Písmeno indikuje orbitálny moment hybnosti nukleónu (s pre l=0, p pre l=1, d pre l=2, f pre l=3... atď.)
  - Dolný index označuje celkový moment hybnosti
  - Prvé číslo označuje poradie hladiny s príslušným orbitálnym momentom hybnosti.

Spin orbitálna interakcia

Korekciu zaviedli Meyer, Haxel, Suess a Jensen v roku 1940

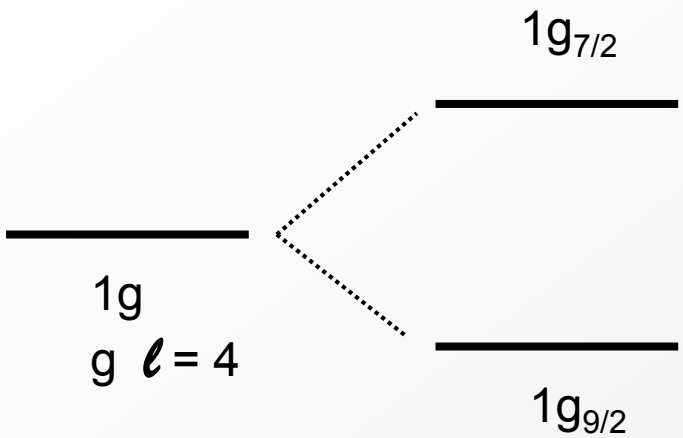
Idea zapožičaná z atómovej fyziky, kde poznáme jemnú štruktúru spektrálnych čiar v dôsledku interakcie magnetického momentu elektrónu s magnetickým poľom generovaným jeho pohybom v okolí jadra. Efekt je relatívne slabý 1:10^5.

Požičiavame si len koncept. Elektromagnetická interakcia nie je dostatočne silná na výsvetlenie rozloženia hladín



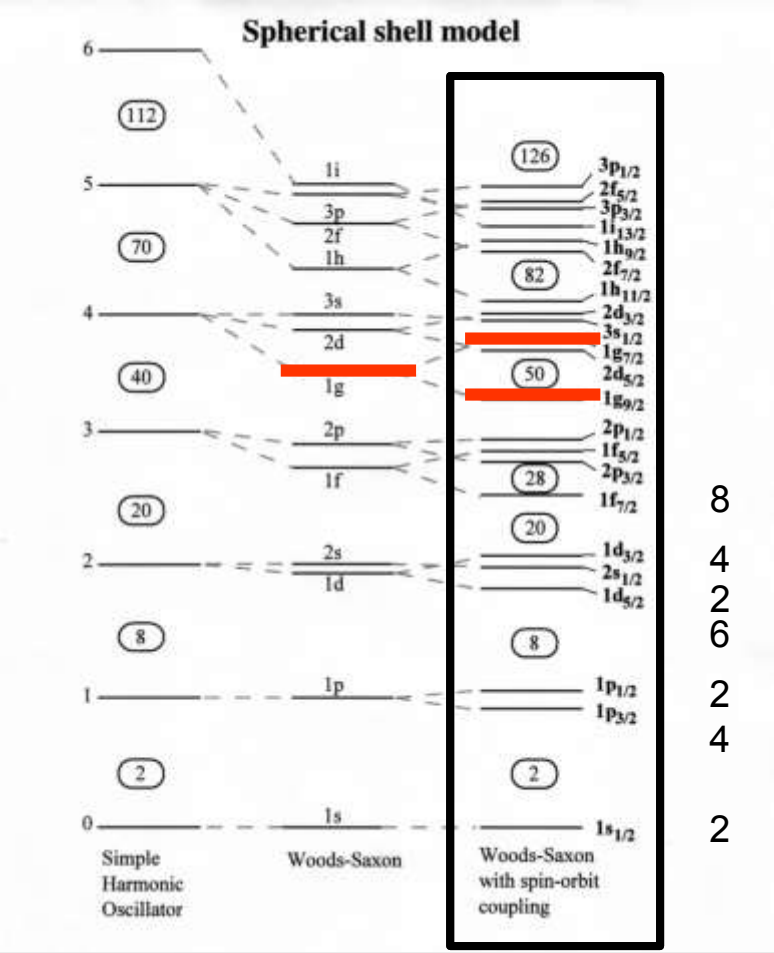
Štiepenie hladín (level split)

Po spočítaní vektorov môže byť veľkosť ***j*** buď ℓ + ½ alebo ℓ - ½ čo sa indikuje v dolnom indexe označenia hladiny.



Hladina s vyšším celkovým orbitálnym momentom hybnosti má dole nižšiu energiu

Pozor na poradie pri vyšších hustotách hladín a porovnaní rôznych teoretických modelov (napr. hladiny $1g_{7/2}$ a $2d_{5/2}$ nad uzavretou vrstvou 50).



„Veľkosť“ $\ell \bullet s$ interakcie

Zaviedli sme celkový orbitálny moment hybnosti

$\boldsymbol{j} = \boldsymbol{\ell} + \boldsymbol{s}$

Takže možné hodnoty pre celkový orbitálny moment hybnosti $\boldsymbol{j}$ sú:

$j = \ell + 1/2$ a $j = \ell - 1/2$

Stredná hodnota $< \boldsymbol{\ell} \bullet \boldsymbol{s} >$ sa potom získa trikom:

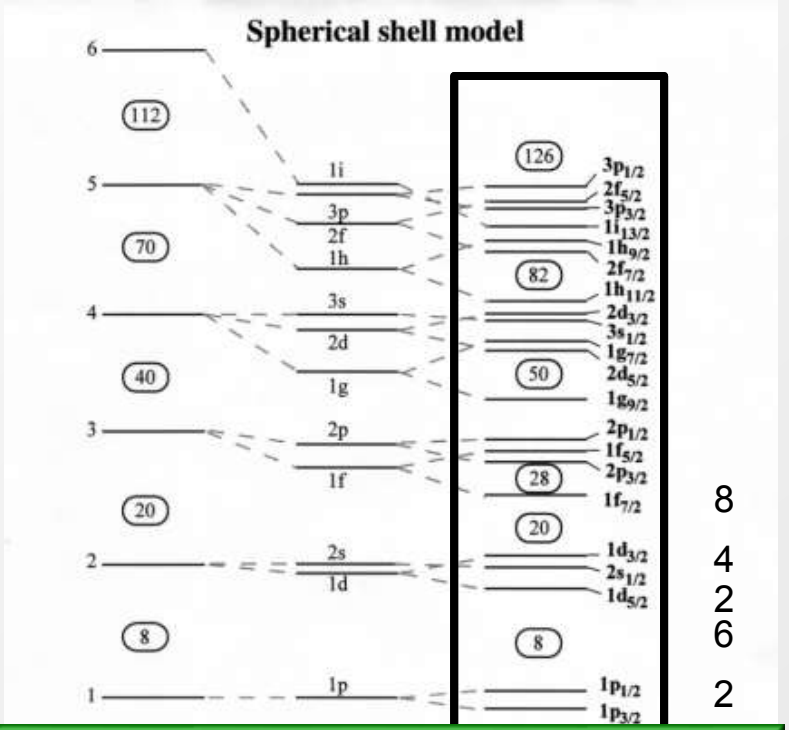
$j^2 = (\ell + s)^2 = \ell^2 + 2\ell \bullet s + s^2$

Následne:

$\ell \bullet s = ½ (j^2 - \ell^2 - s^2)$

a stredna hodnota l.s interakcie

$< \ell \bullet s> = ½ [j(j+1) – \ell(\ell+1) – s(s+1)] \hbar^2$



Rozdiel energie pre spin-orbitálny pár s $j = \ell + 1/2$ a $j = \ell - ½$ je potom:

$$<\ell \bullet s>_{\ell + 1/2} - <\ell \bullet s>_{\ell - 1/2} = ½ (2\ \ell + 1)\ \hbar^2$$

Rozdiel energií narastá s rastúcim ℓ

Takže napr. i orbital sa bude štiepiť viac ako p orbital

Shell model – rozloženie hladín

Lineárny harmonický oscilátor

$$V(r) = \begin{cases} -V_0\left[1 - \frac{r^2}{R^2}\right] & \text{if } r < R \\ 0 & \text{if } r > R \end{cases}$$

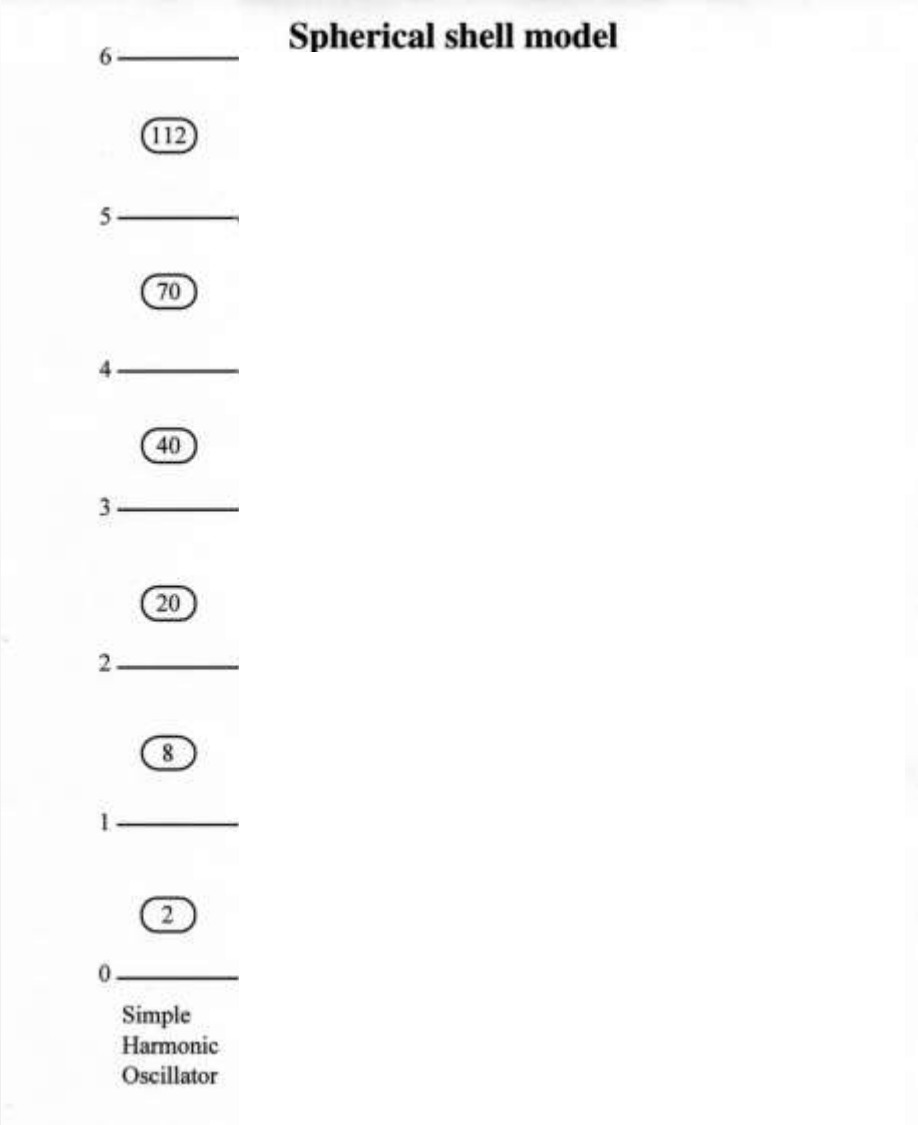
Pravouhlý konečný potenciál

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{if } r < R \\ 0 & \text{if } r > R, \end{cases}$$

Wood-Saxon

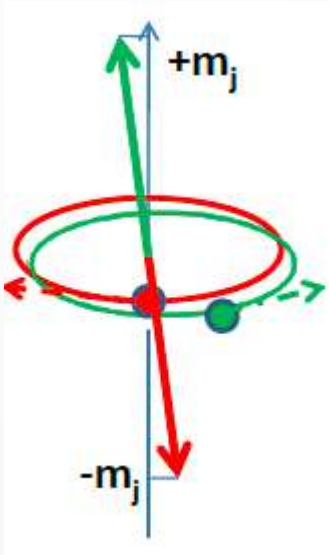
$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp(\frac{r-R}{a})},$$

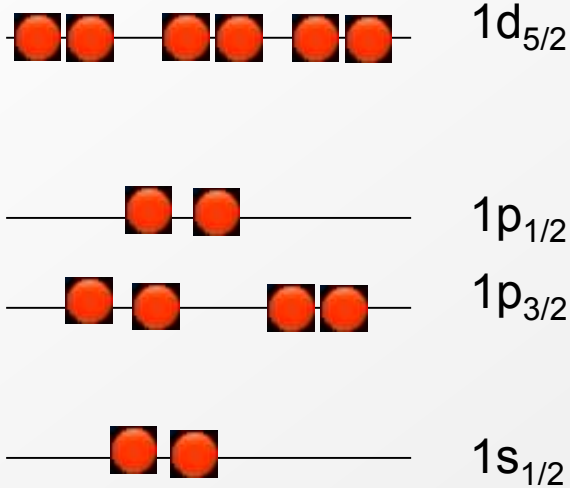
$$V(r) \rightarrow V(r) + W(r)\mathbf{L}\cdot\mathbf{S}.$$



Párovanie nukleónov

- Krátkodosahové nukleón-nukleónové interakcie viažu nukleóny do párov pohybujúcich sa na časovo-reverzných orbitaloch s opačnými hodnotami m_j. Tým získavajú párno-párne jadrá základný stav ako 0+.
- Dôsledkom je párovací člen v semiempirickom vzťahu pre väzbové energie.





Aage N. Bohr, Ben. R. Motellson a Leo J. Rainwater

Nobelova cena 1975 - „*for the discovery of the connection between collective motion and particle motion in atomic nuclei and the development of the theory of the structure of the atomic nucleus based on this connection*"

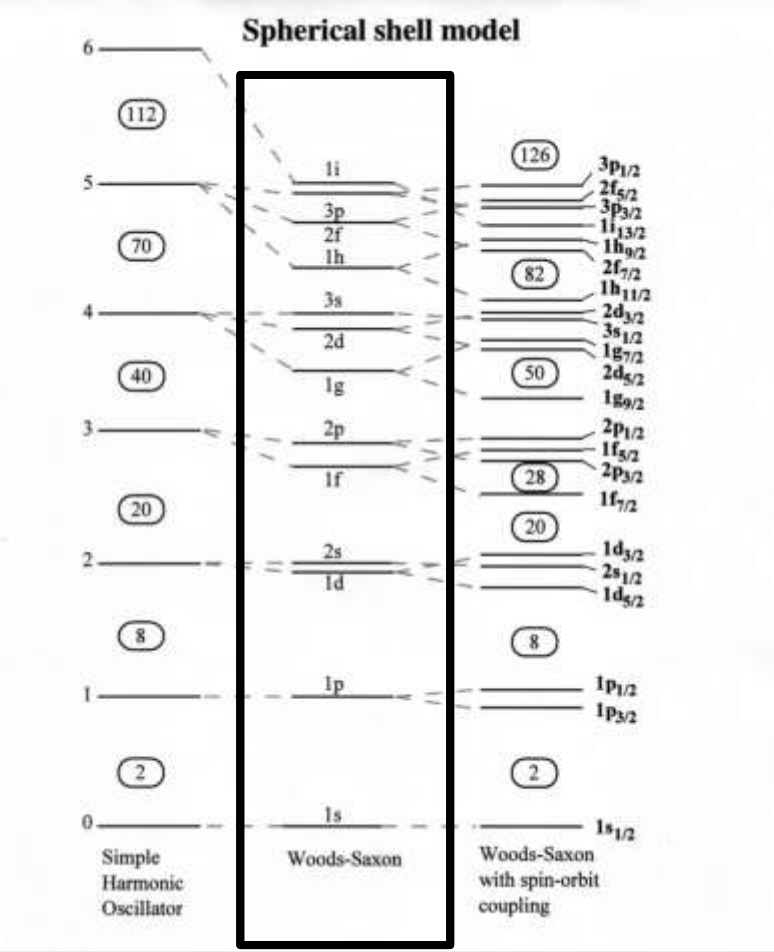
Koľko nukleónov je na hladine pri WS potenciáli

Prípad realistického potenciálu (Woods-Saxon) bez spin-orbitálnej interakcie:

2 (2ℓ+1)

faktor (2ℓ+1) je z degeneracie m_ℓ (podľa orbitálneho momentu hybnosti) keďže príslušný stav nadobúda hodnoty od – ℓ po + ℓ

faktor 2 je z degeneracie m_s (vlastný spin nukleónu)



Koľko nukleónov je na jednej hladine po l.s interakcii

Prípad realistického potenciálu (Woods-Saxon) v kombinácii so spin-orbitálnou interakciou:

Zavádza sa celkový uhlový moment hybnosti

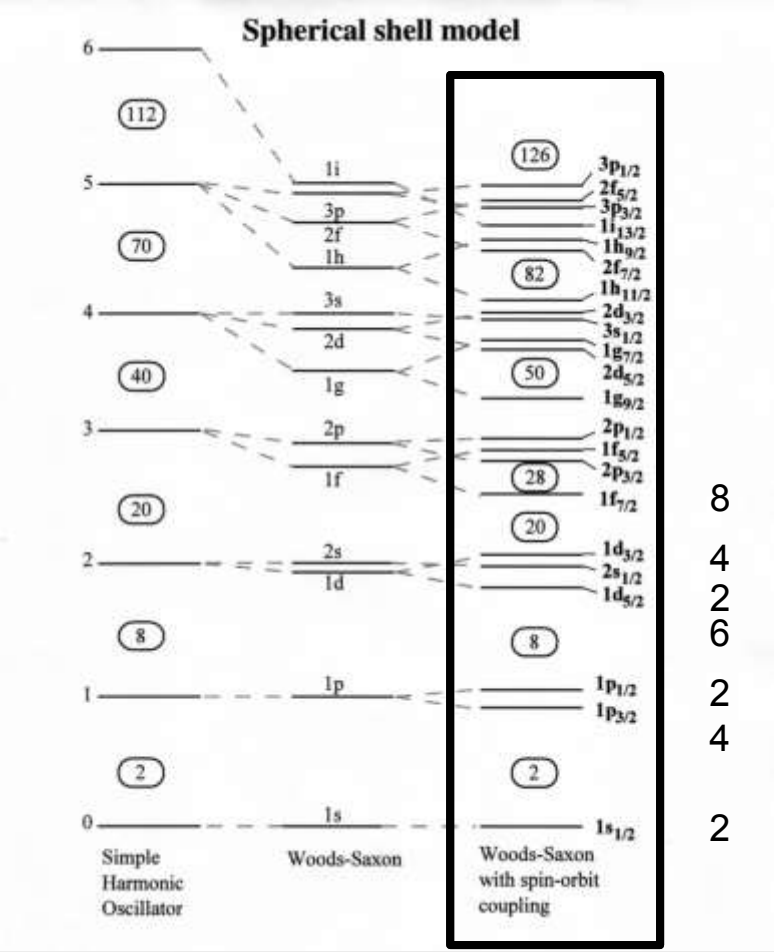
$\boldsymbol{j} = \boldsymbol{\ell} + \boldsymbol{s}$

Pričom $m_j = m_\ell + m_s = m_\ell \pm ½$

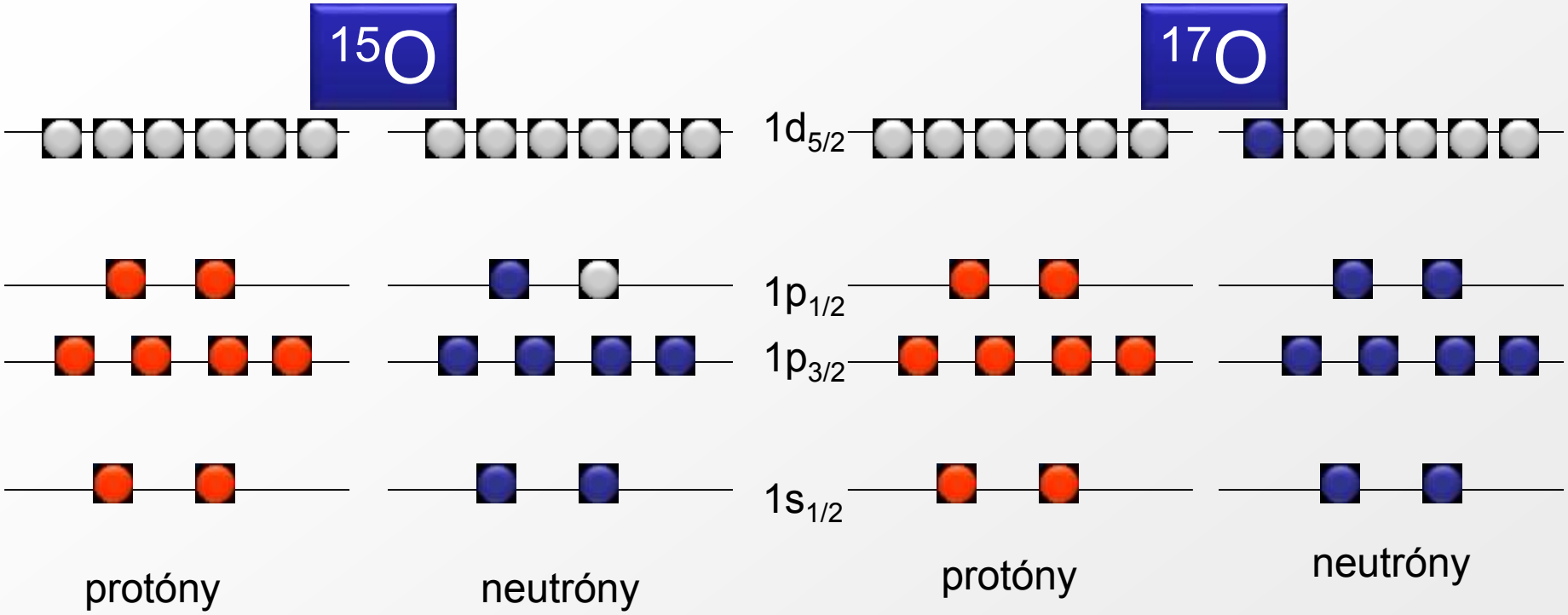
nakoľko m_ℓ je vždy celé číslo m_j je „polo-číslo“ (± 1/2 ± 3/2 ± 5/2 ...)

Po spočítaní vektorov môže byť veľkosť $\boldsymbol{j}$ buď $\boldsymbol{\ell}$ + ½ alebo $\boldsymbol{\ell}$ - ½ čo sa indikuje v dolnom indexe označenia hladiny (pozn. v kvantovej mechanike môže nadobúdať kombinácia spinov hodnoty od ich súčtu po ich rozdiel).

Následne počet nukleónov na danej hladine je (2j+1)



Príklad obsadzovania hladín ^{15}O vs. ^{17}O



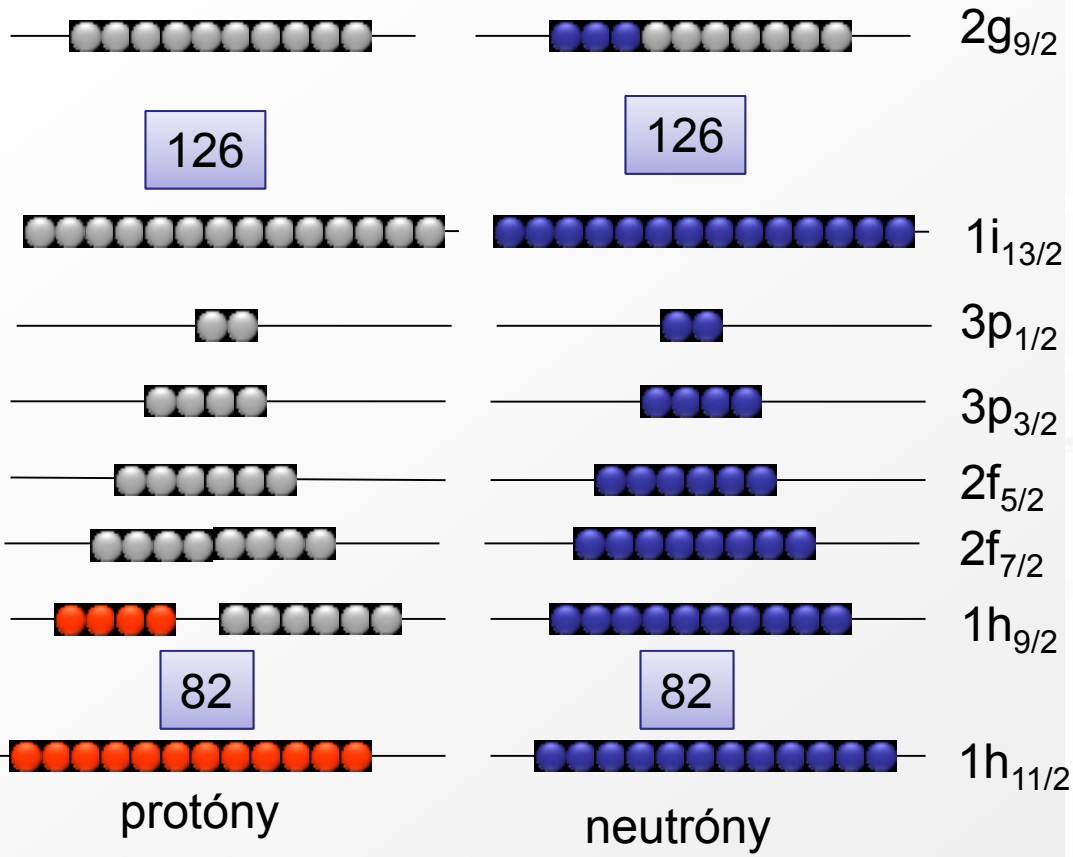
spin základného stavu 1/2-

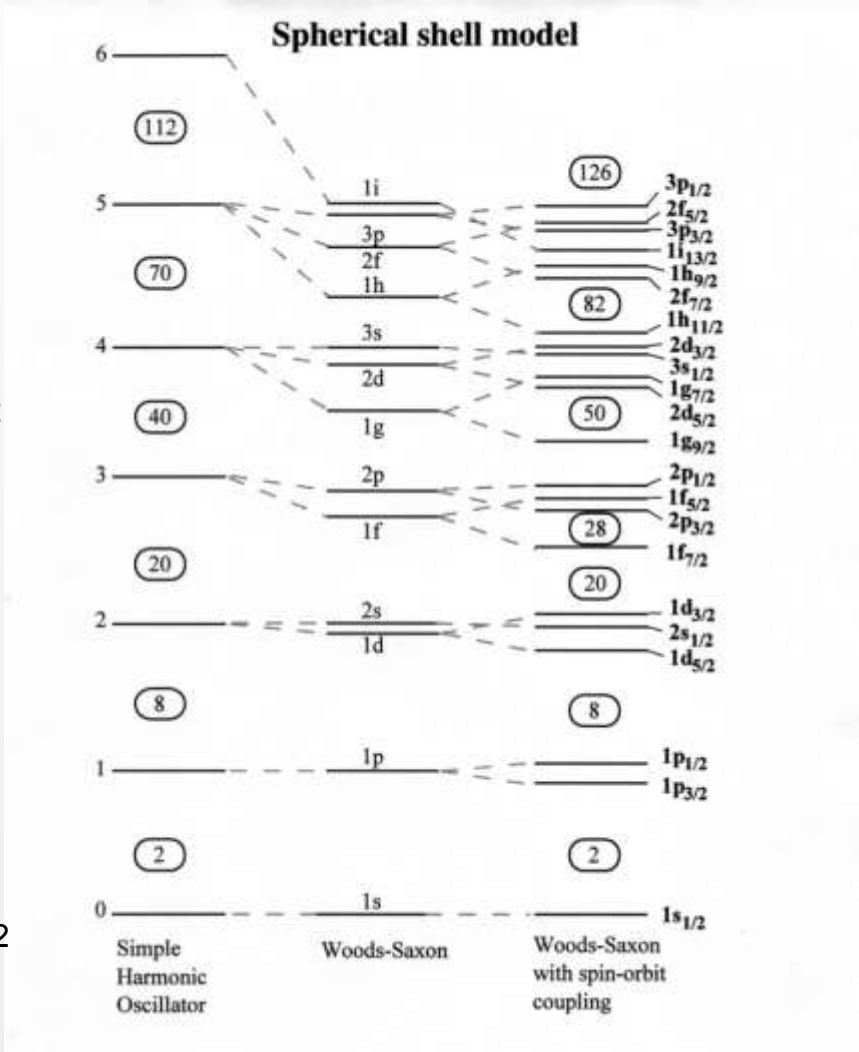
spin základného stavu 5/2+

Nespárovaný neutrón určuje vlastnosti základného stavu

Obsadzovanie hladín

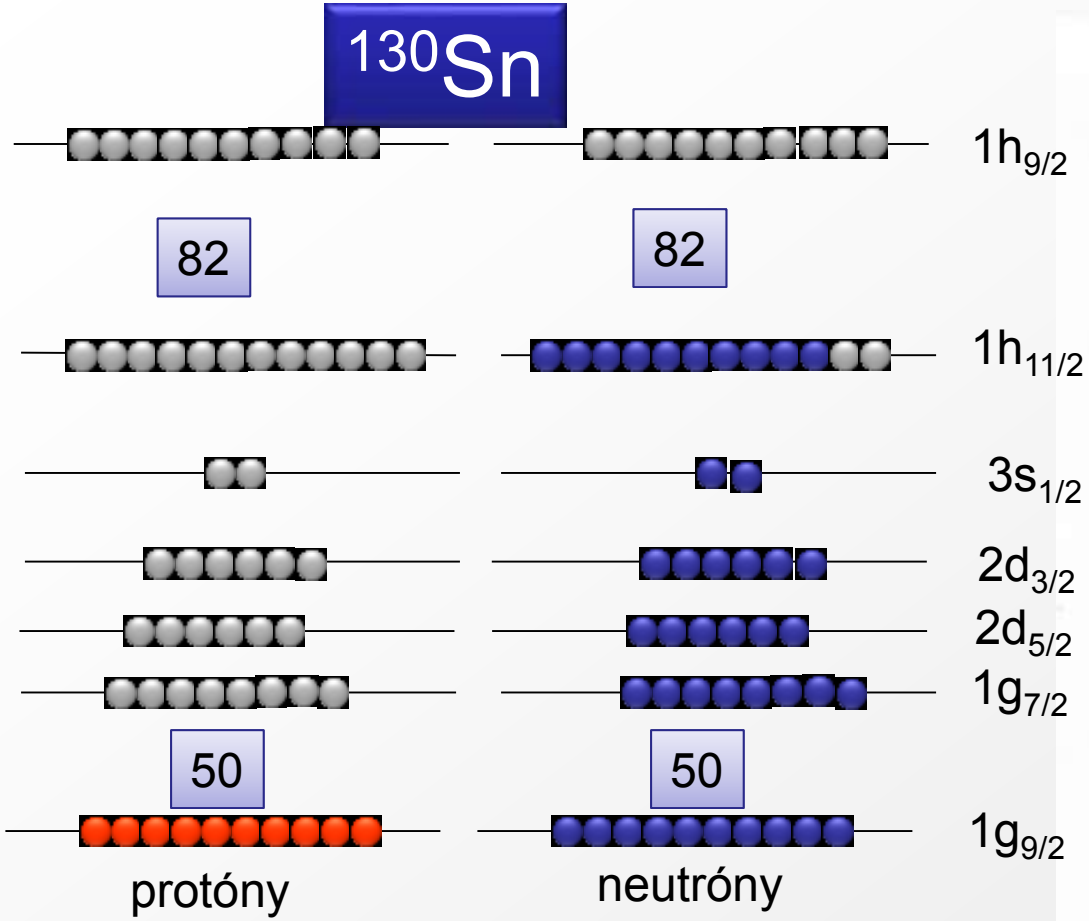
^{215}Rn

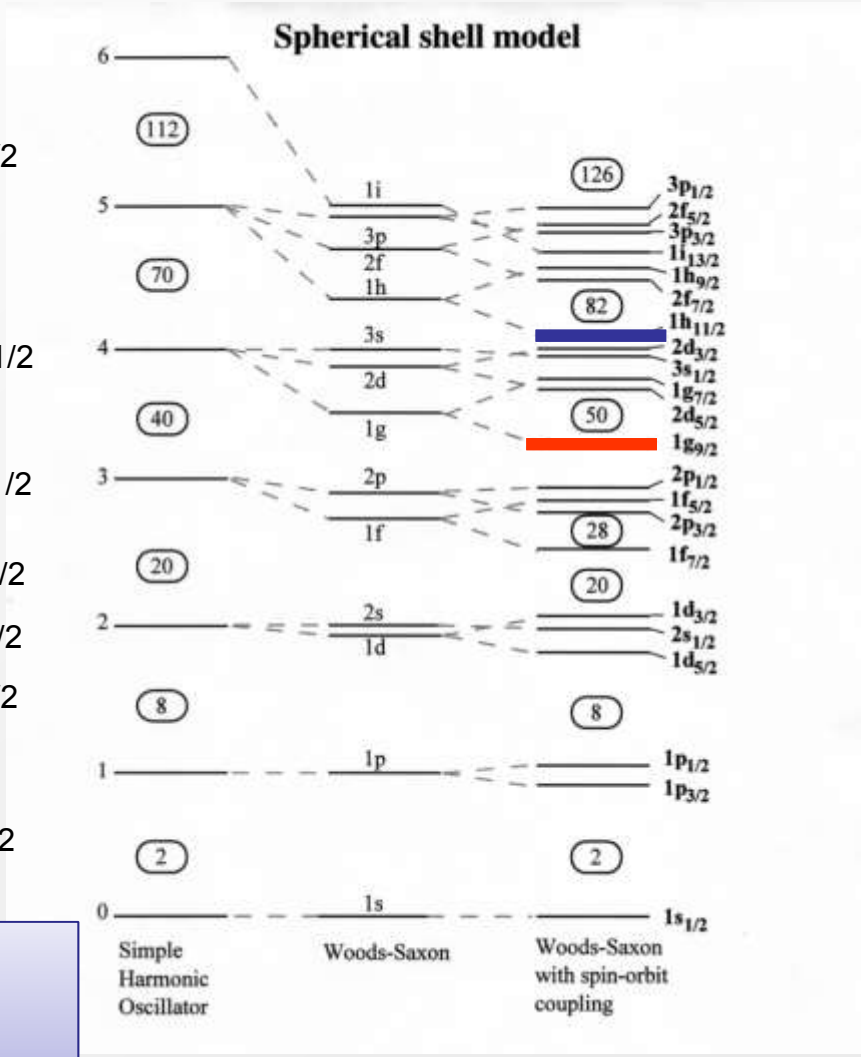




spin základného stavu 9/2+

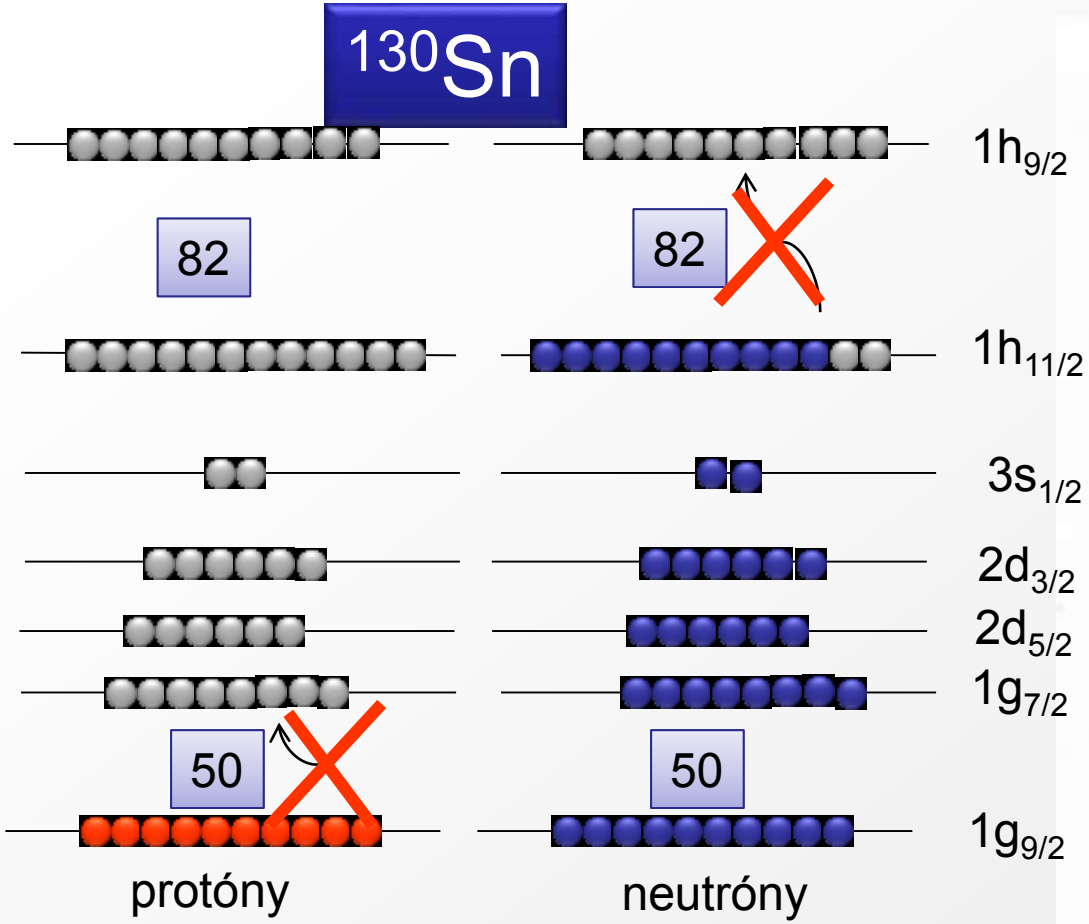
Párno-párne jadrá

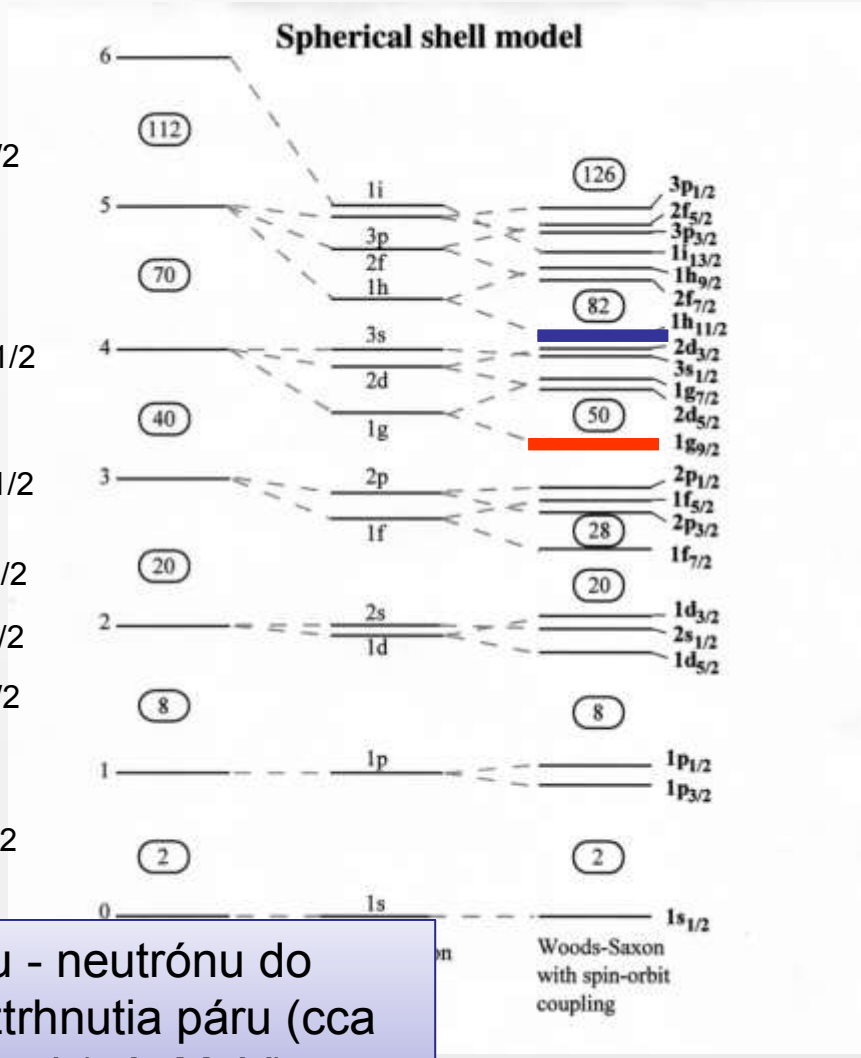




Základný stav 0+
Protóny – zaplnený orbital $1g_{9/2}$
Neutróny – dva chýbajú do zaplnenia orbitalu $1h_{11/2}$

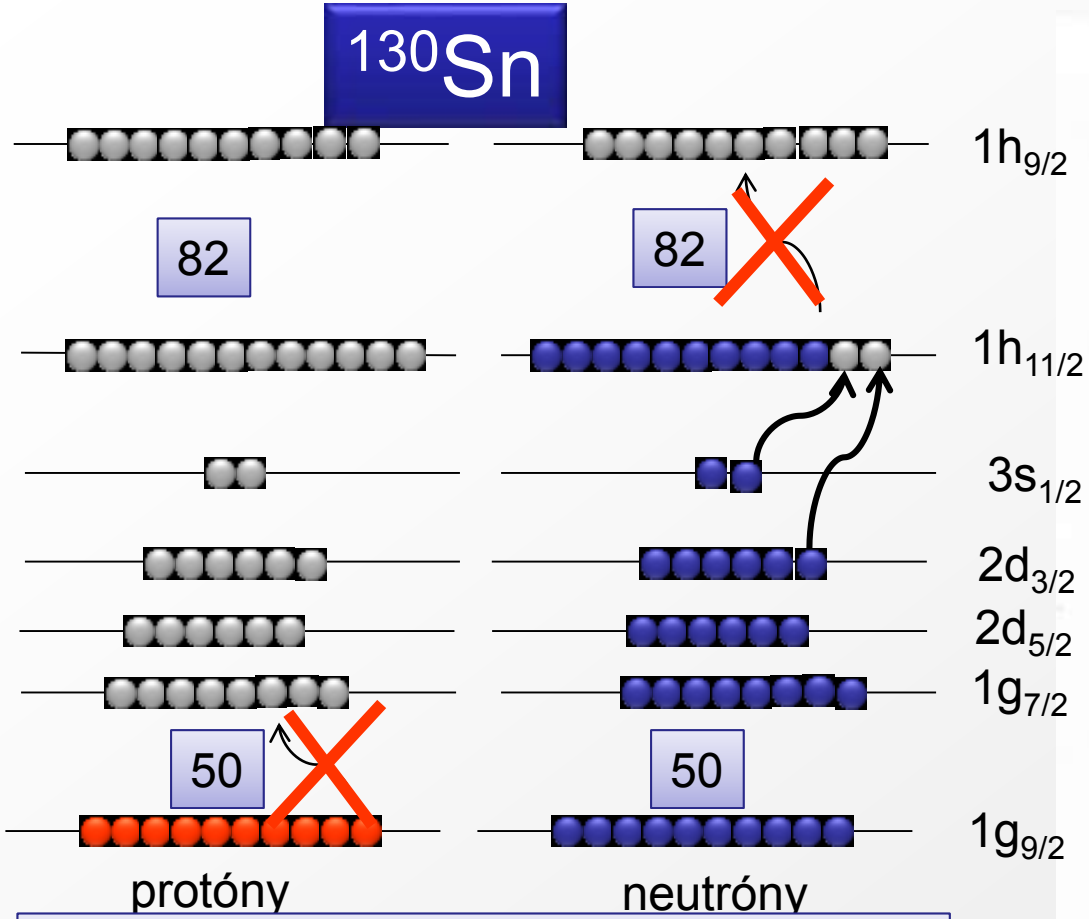
Párno-párne jadrá - excitácia

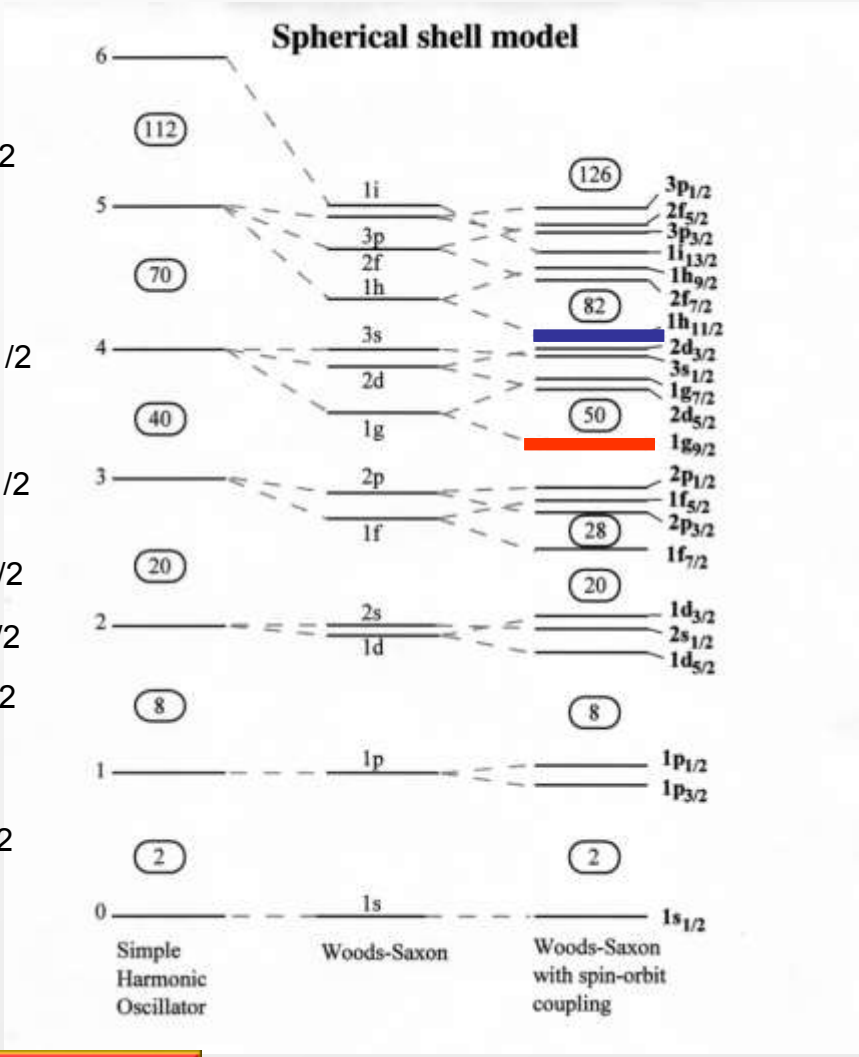




Prenos valenčného nukleónu do ďalšieho orbitalu - neutrónu do $2h_{9/2}$ alebo protónu do $1g_{7/2}$ - vyžaduje okrem roztrhnutia páru (cca 2 MeV) veľkú energiu kvôli medzere medzi vrstvami (pár MeV)

Párno-párne jadrá - excitácia

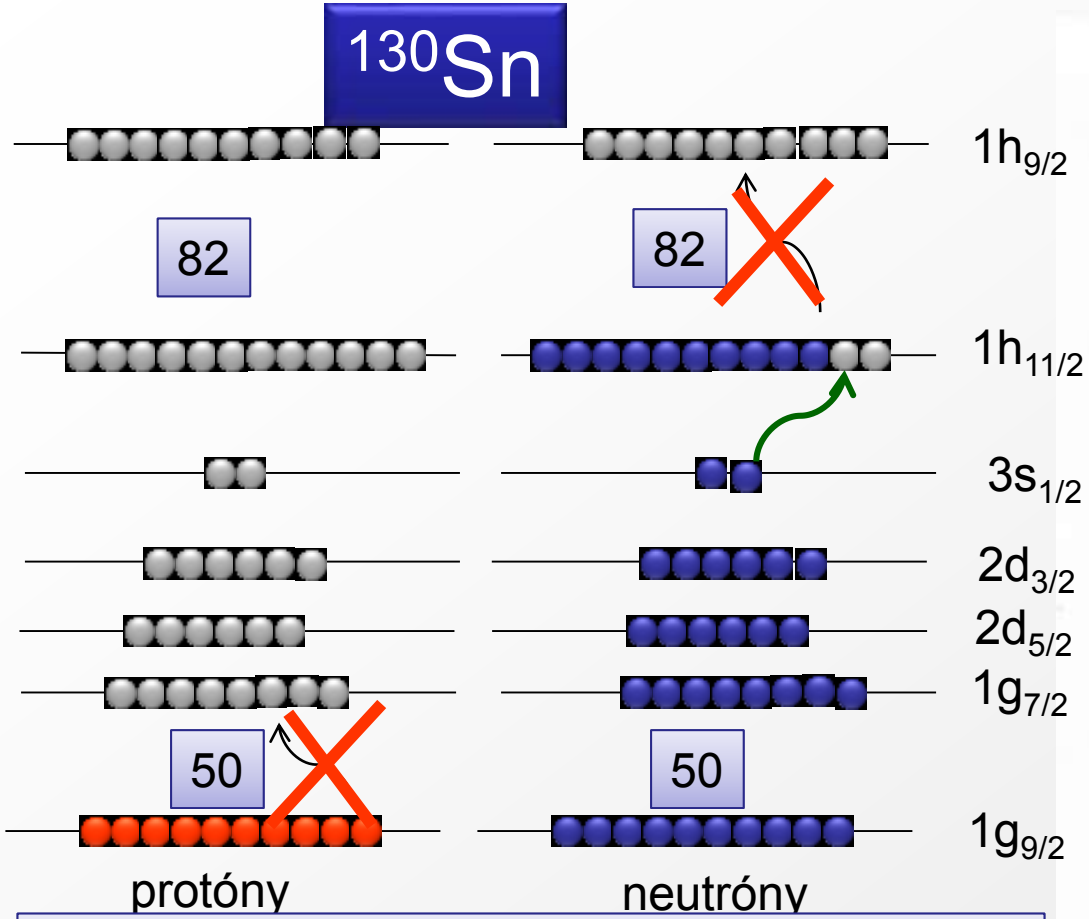


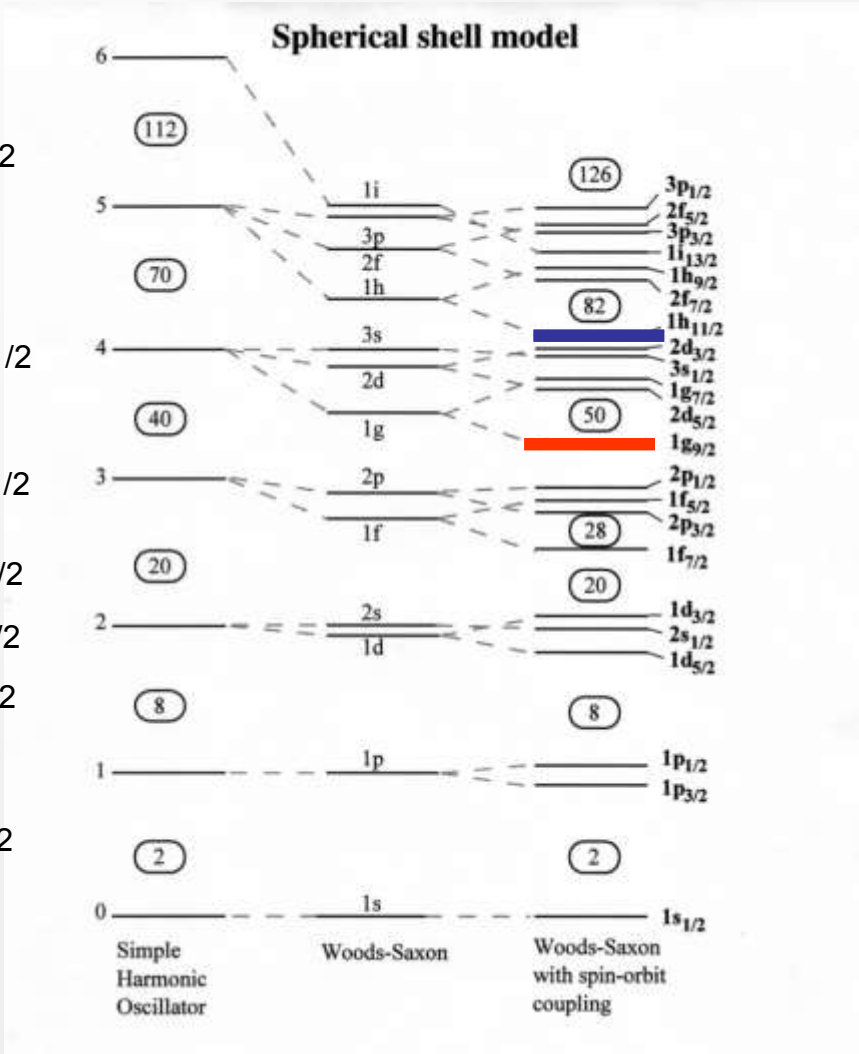


Pravdepodobnejšie je excitácia neutrónu z orbitalov $2d_{3/2}$ a $3s_{1/2}$ na hladinu $1h_{11/2}$.

Výsledné spiny sú potom z intervalu od |j1-j2| do j1+j2.

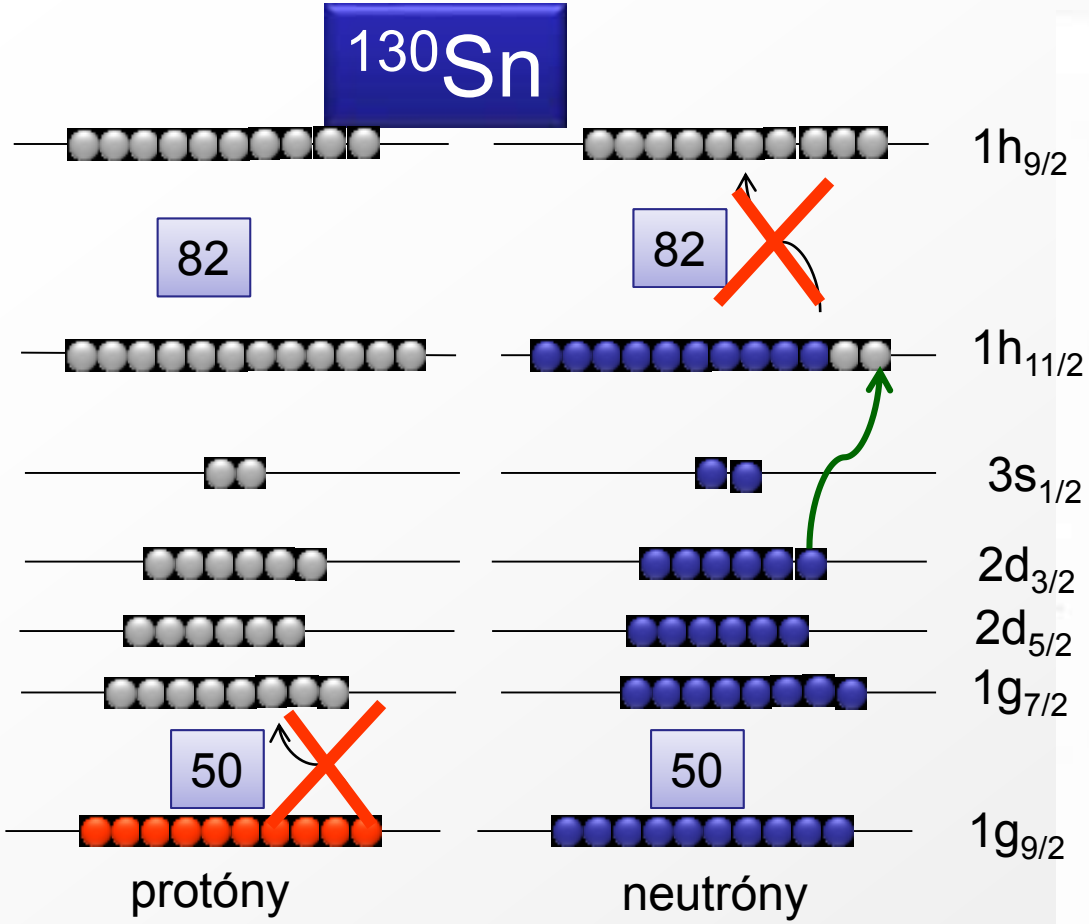
Párno-párne jadrá - excitácia

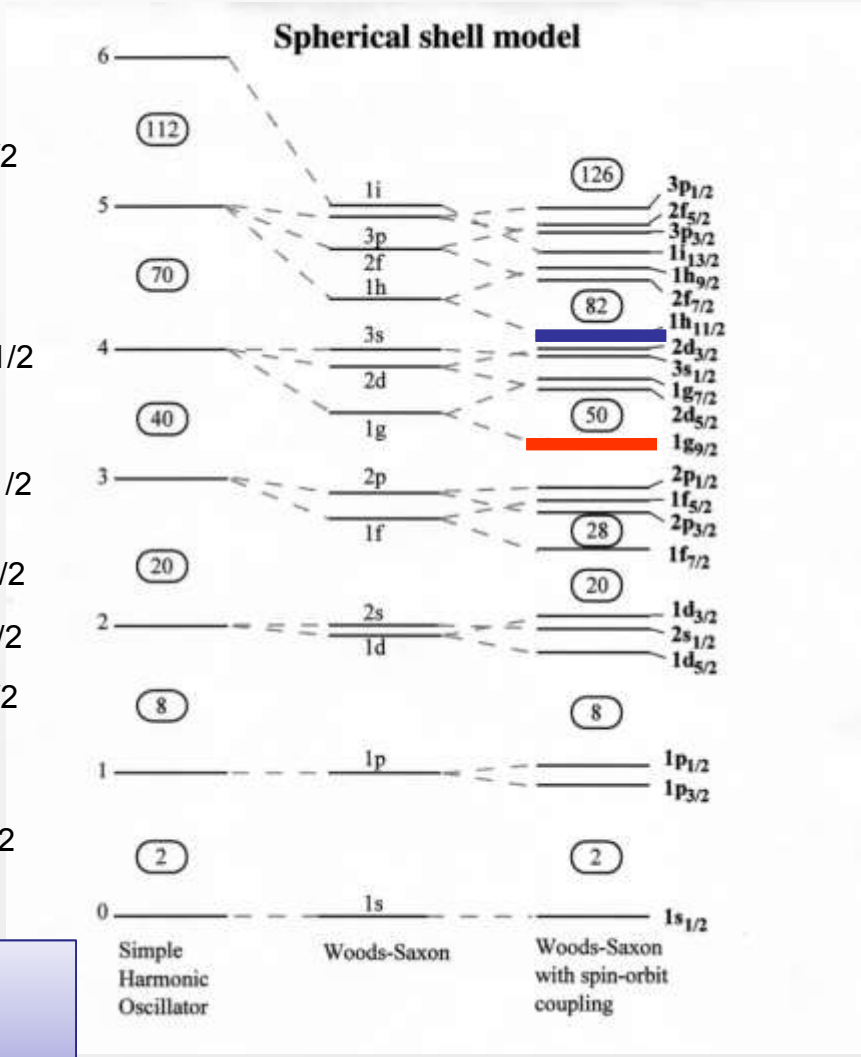




Pozn. $1h_{11/2}$ má zápornú paritu $3s_{1/2}$ kladnú
Vzbudenie z $3s_{1/2}$ potom vedie na stav 6^- (komb.11/2+1/2) a stav 5^- (komb. 11/2-1/2)

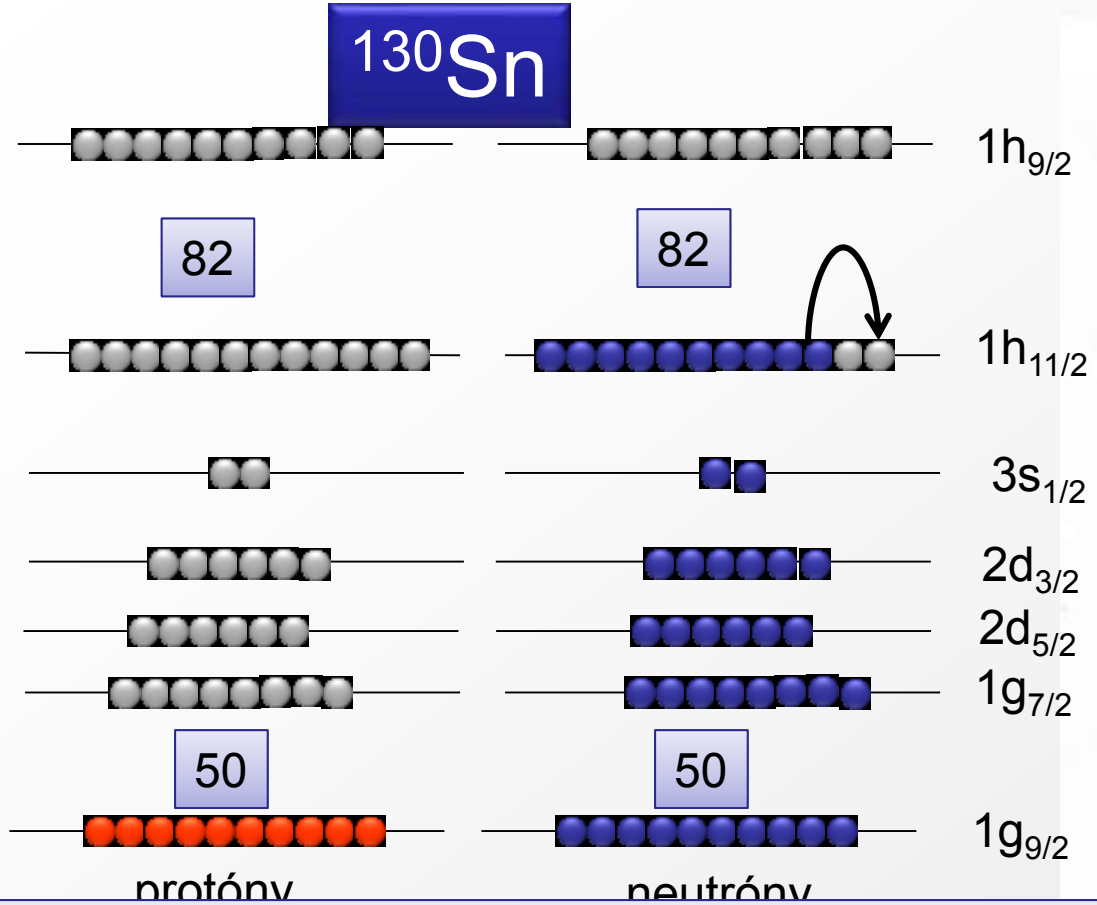
Párno-párne jadrá - excitácia

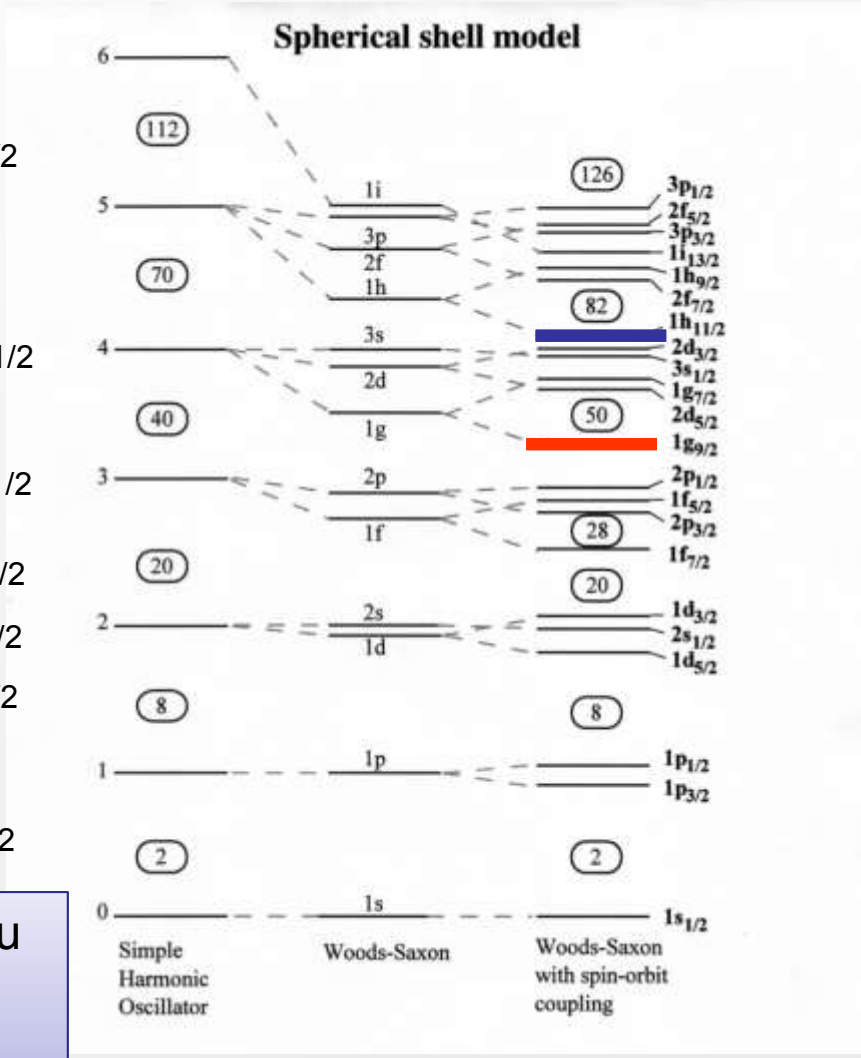




Vzbudenie z $2d_{3/2}$ potom vedie na stavy od 4^- (komb.11/2-3/2) po stav 7^- (komb. 11/2+3/2)

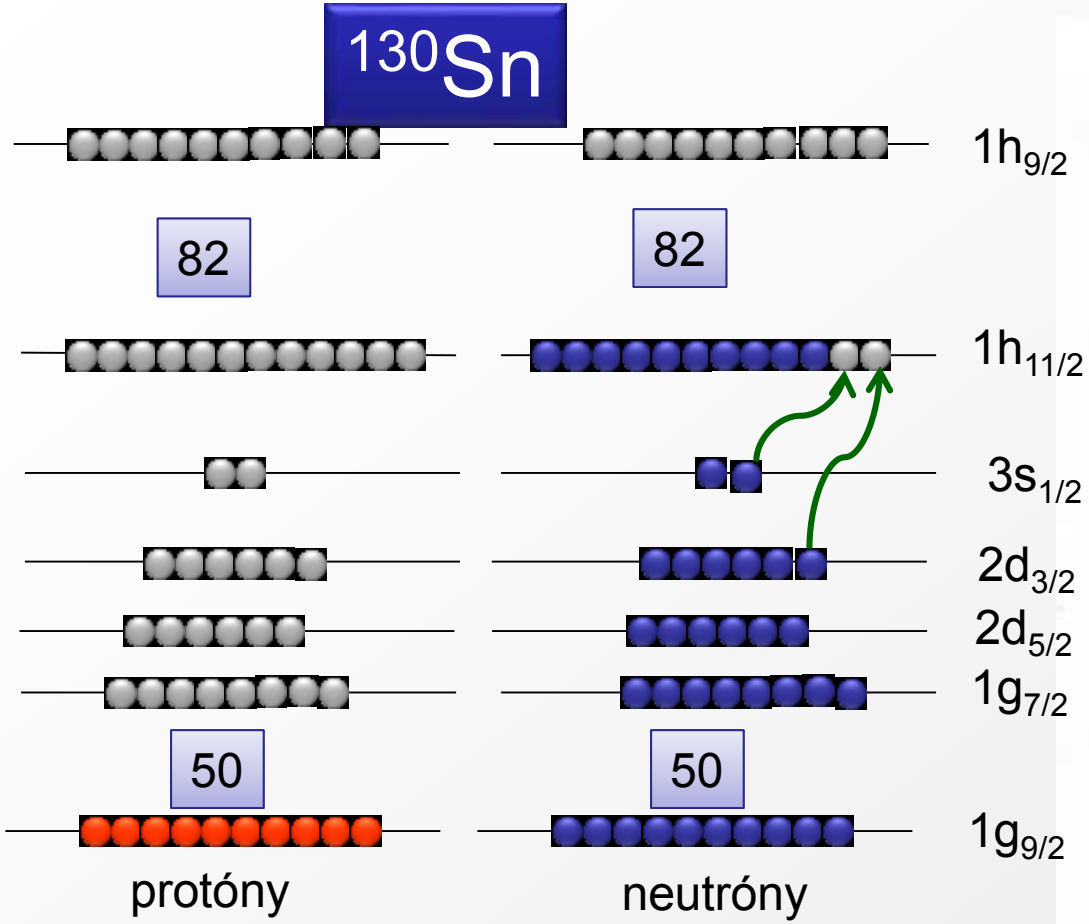
Párno-párne jadrá - excitácia

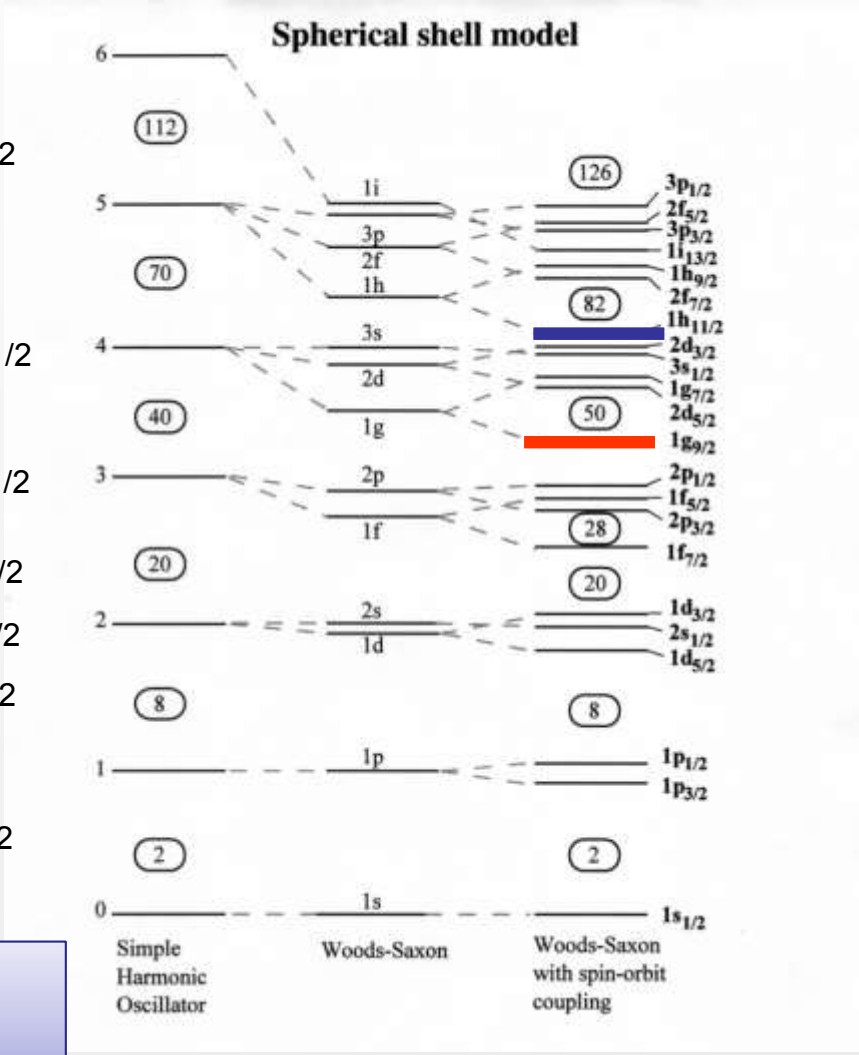




Ďalšia možnosť preskupenie v rámci $1h_{11/2}$ orbitalu
Možné spiny od 0+ (komb. 11/2-11/2) po 11+ (komb. 11/2+11/2)
(v skutočnosti 0+, 2+, 4+...10+ kvoli symetrickosti vlnovej funkcie)

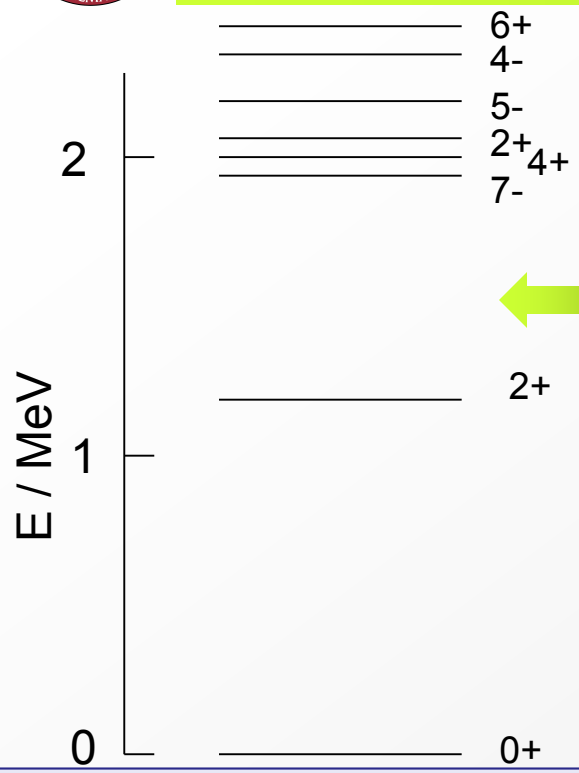
Párno-párne jadrá - excitácia



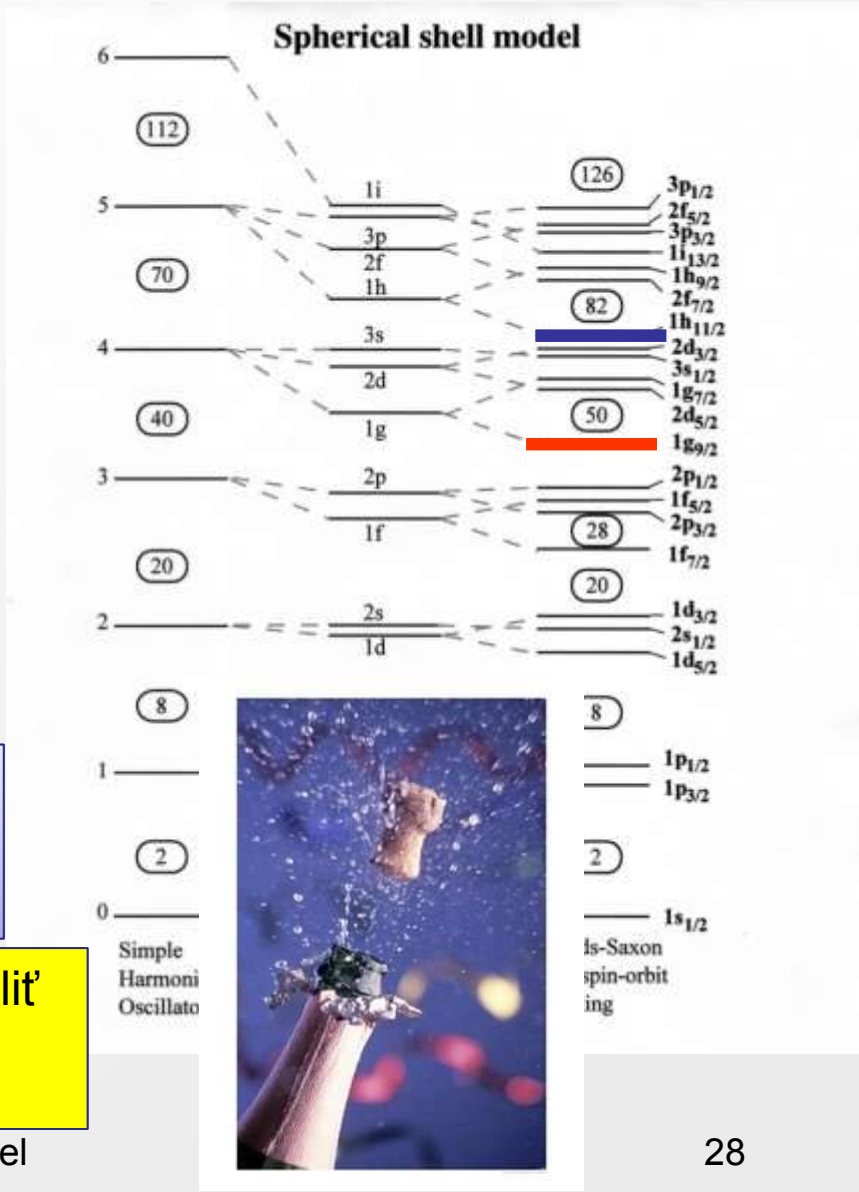


Možností je viacero .. Ako napr. 2+ stav pri prenose neutrónu z $3s_{1/2}$ a $2d_{3/2}$

Párno-párne jadrá



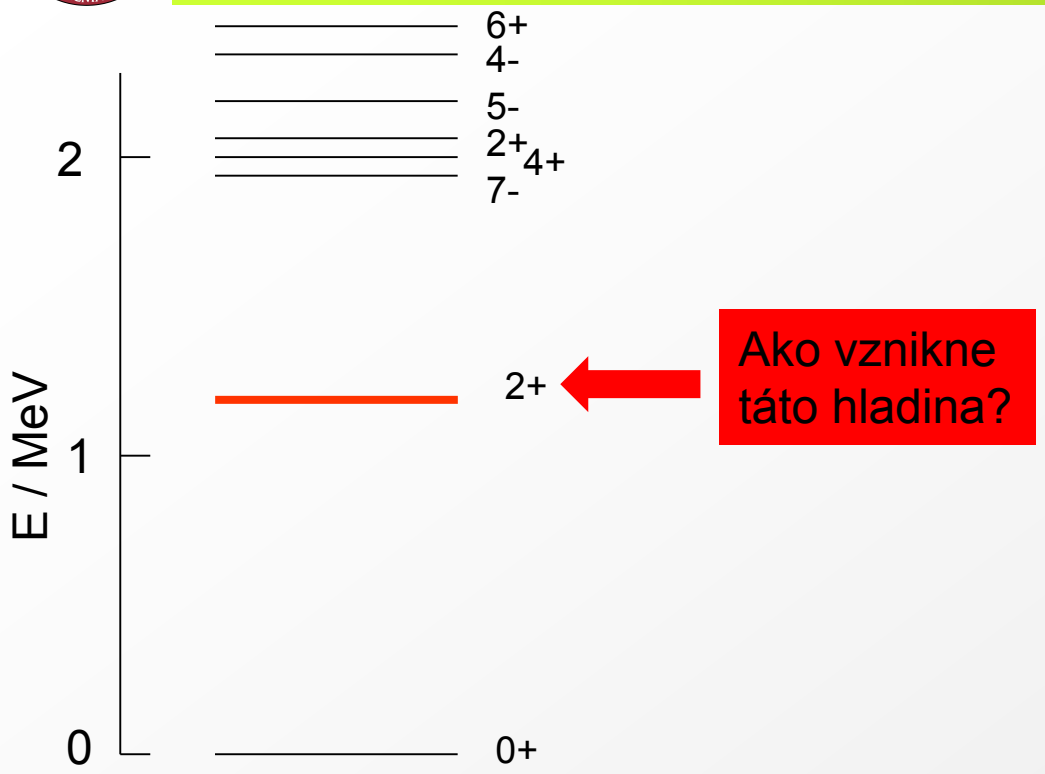
Nízkoležiace hladiny v ^{130}Sn.

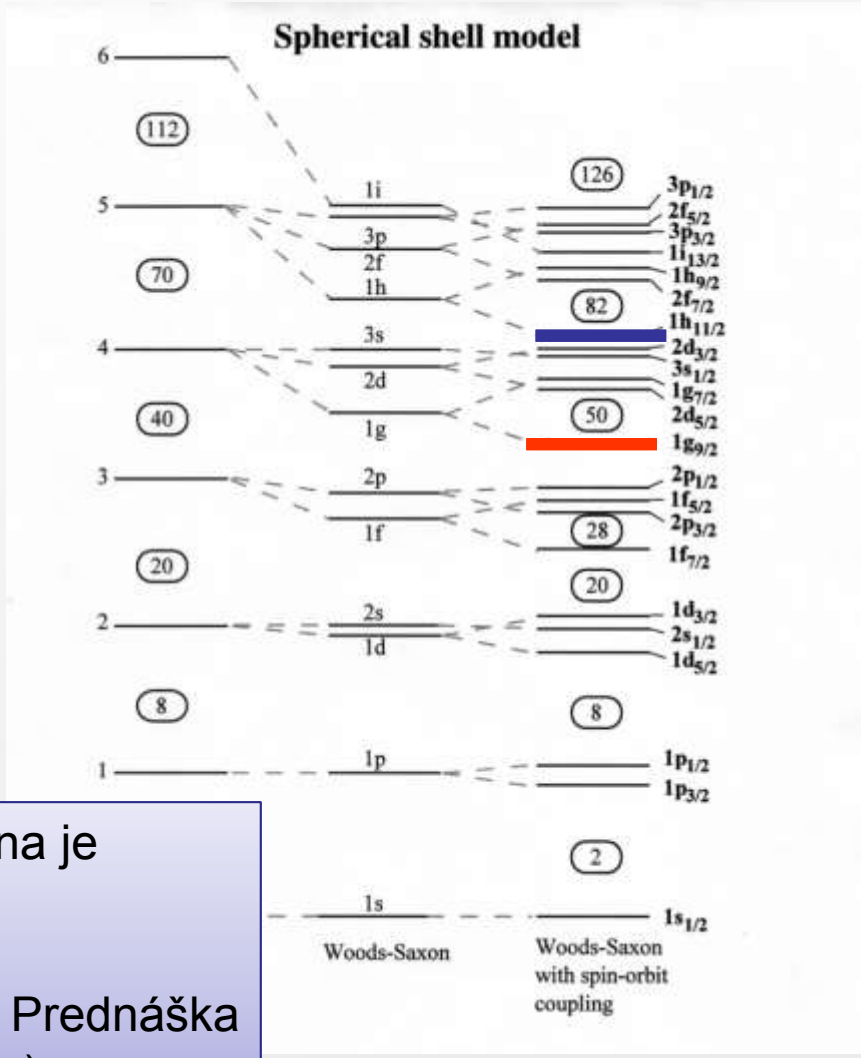


Pri rozdelení páru potrebuje energiu cca 2 MeV. A skutočne, viaceré dedukované hladiny vidíme pri energii 2 MeV a vyššie.

Vrstvový model dokáže aspoň kvalitatívne vysvetliť viaceré z excitácii v párno-párnych jadrách.
(pozor na mixing stavov)

Párno-párne jadrá





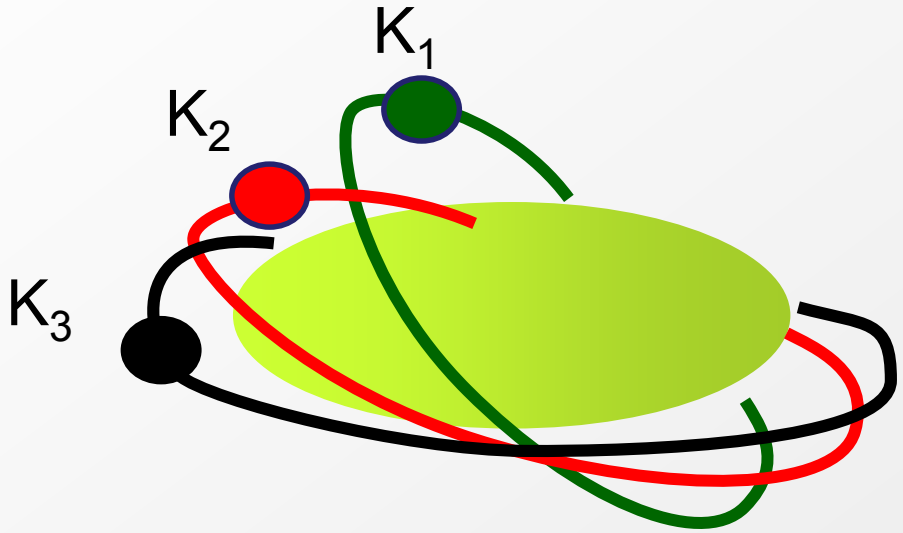
Nie je to špecifikom jadra ^{130}Sn – podobná hladina je takmer v každom párno – párnom jadre.

Pôvod je v kolektívnych vlastnostiach jadra (viď. Prednáška venovaná kolektívnym excitáciám a tvarom jadier).

DEFORMOVANÝ VRSTVOVÝ (NILSSONOV) MODEL

Deformovaný – Nilssonov model

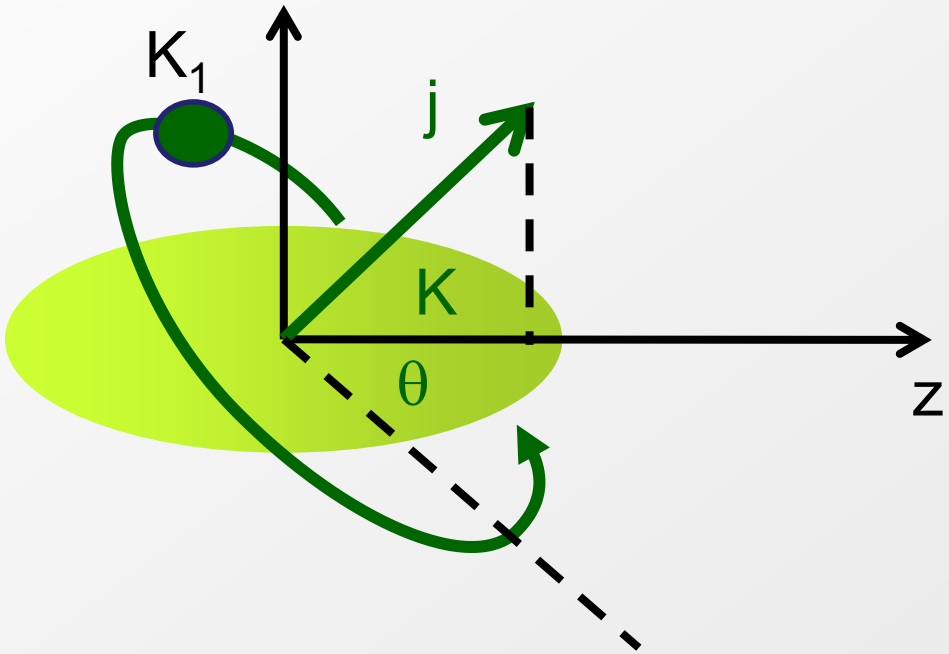
Nilssonov model opisujúci jednočasticový pohyb v deformovanom potenciáli. Častica môže mať rozny uhol natočenia svojho orbitalu voči osi symetrie.



Deformovaný – Nilssonov model

Nukleón sa pohybuje po orbitale, ktorého rovina je naklonená voči osi symetrie pod uhlom θ.

Pritom môžeme klasicky napísať $\sin\theta = \frac{K}{j}$. V závislosti od naklonenia roviny orbitalu, môže nadobúdať K hodnoty 1/2, 3/2, 5/2...

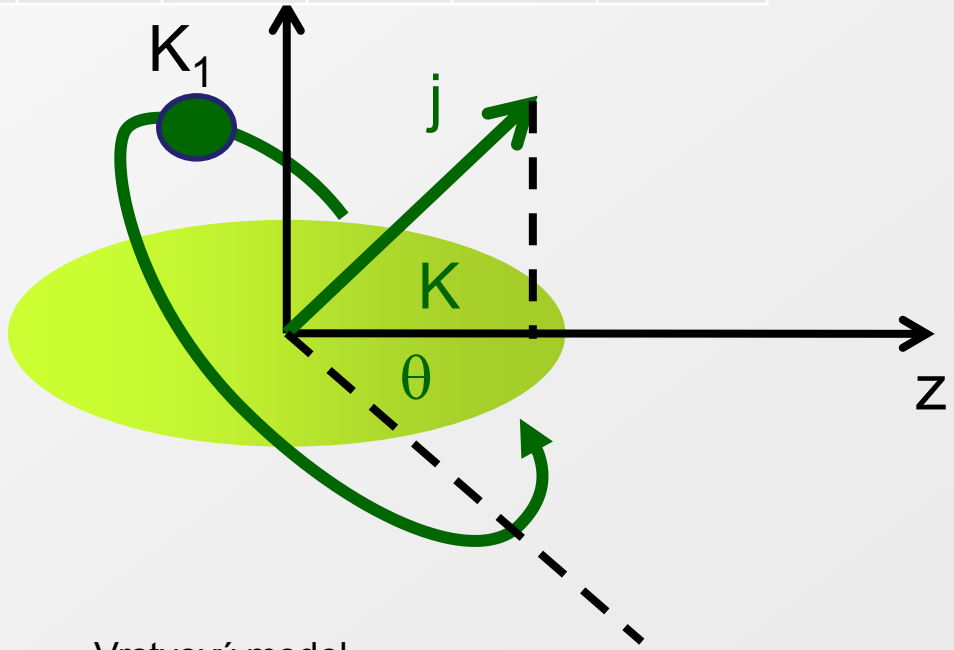


Závislosť od uhla roviny orbitalu

Zaujímavé je, že uhol naklonenia θ by sa mal meniť pomalšie pre menšie hodnoty priemetu K a rýchlejšie pre väčšie.

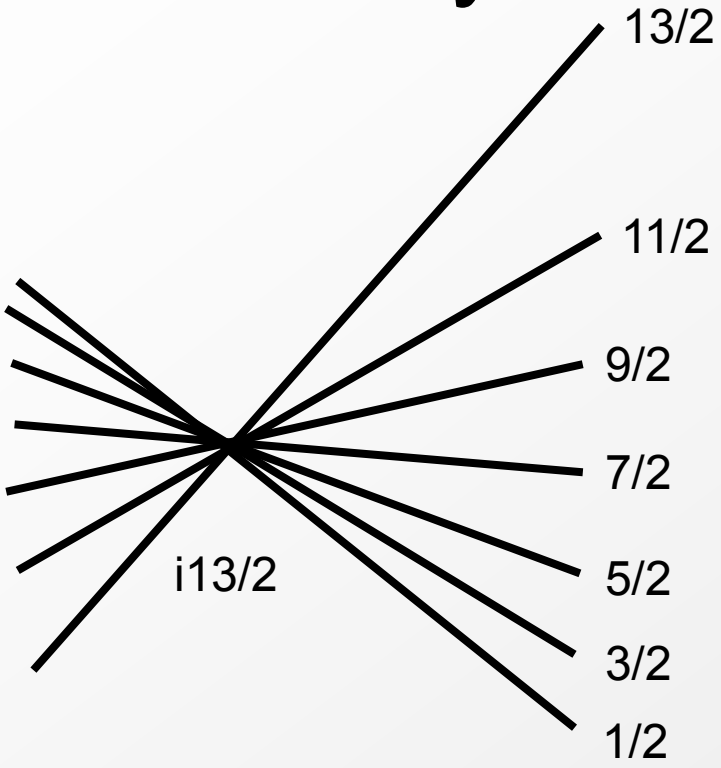
Konkrétne možno napísať $\theta = \sin^{-1}\frac{K}{j}$. Príklad pre j=13/2.

K	1/2	3/2	5/2	7/2	9/2	11/2	13/2
θ(deg)	4.4	13.3	22.6	32.6	43.8	57.8	90
Δθ(deg)	8.9	9.3	10	11.2	14.0	32.2	



Zmena energie pre malé hodnoty K, resp. Ω, je menšia ako pre veľké hodnoty.

Zmena energie pre malé hodnoty deformácie



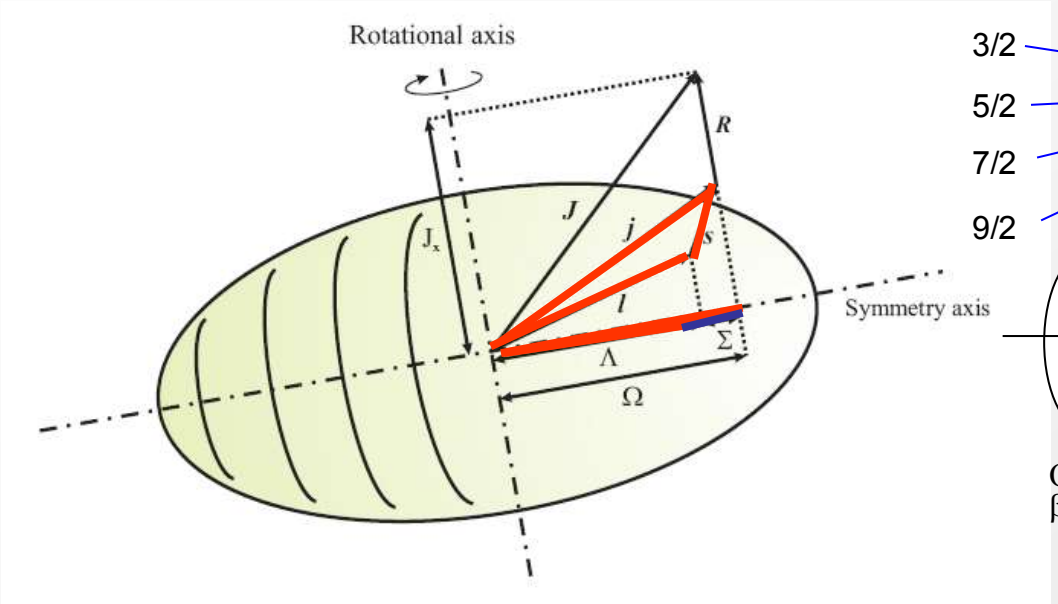
Takto si môžeme jednoducho odhadnúť správanie sa hladín pre malé deformácie.

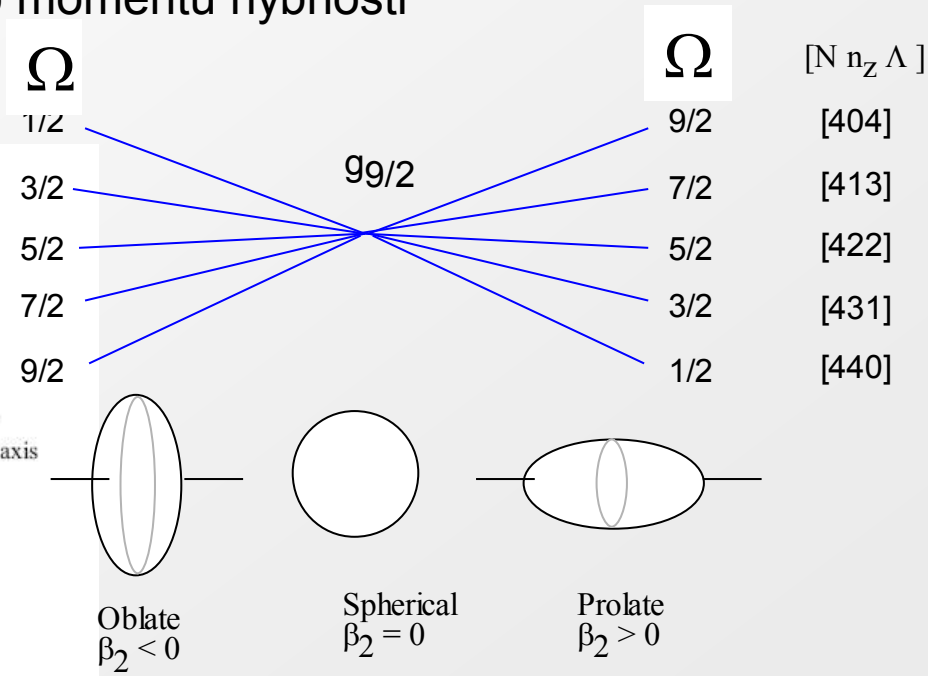
Ďalšia zmena smeru nastáva až keď sa blíži hladina k inej s rovnakým K a paritou.

Prípad deformovaného jadra

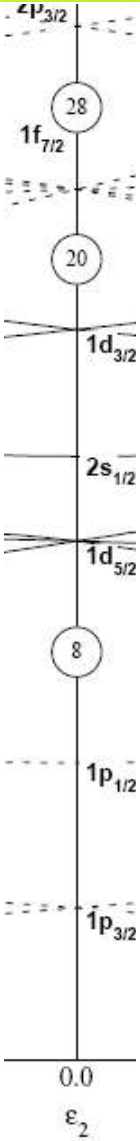
Zavádzajú sa nové tzv. asymptotické kvantové čísla.

j - moment hybnosti častice (orbitálny moment hybnosti plus spin)
Ω - projekcia momentu hybnosti do osi symetrie (j_z)
Σ, Λ – projekcie orbitalneho a spinoveho momentu hybnosti
n_z – kvantové číslo oscilátora

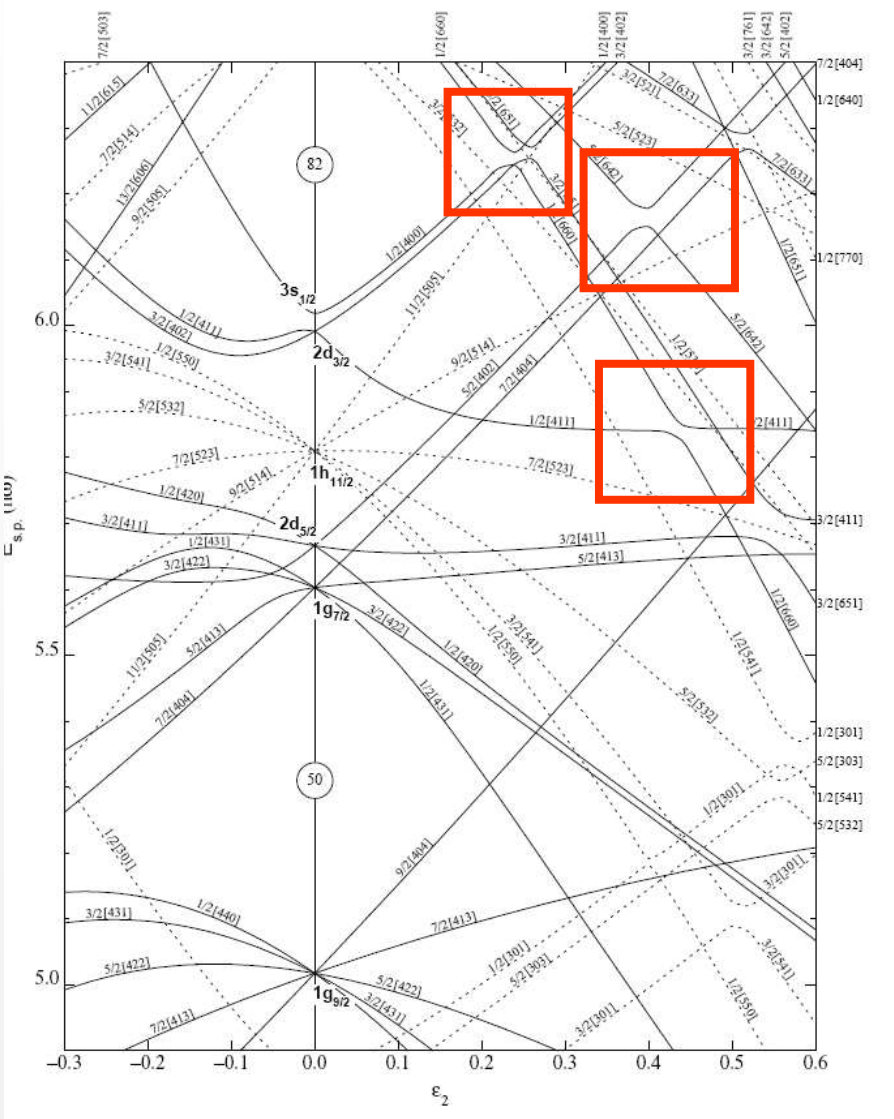




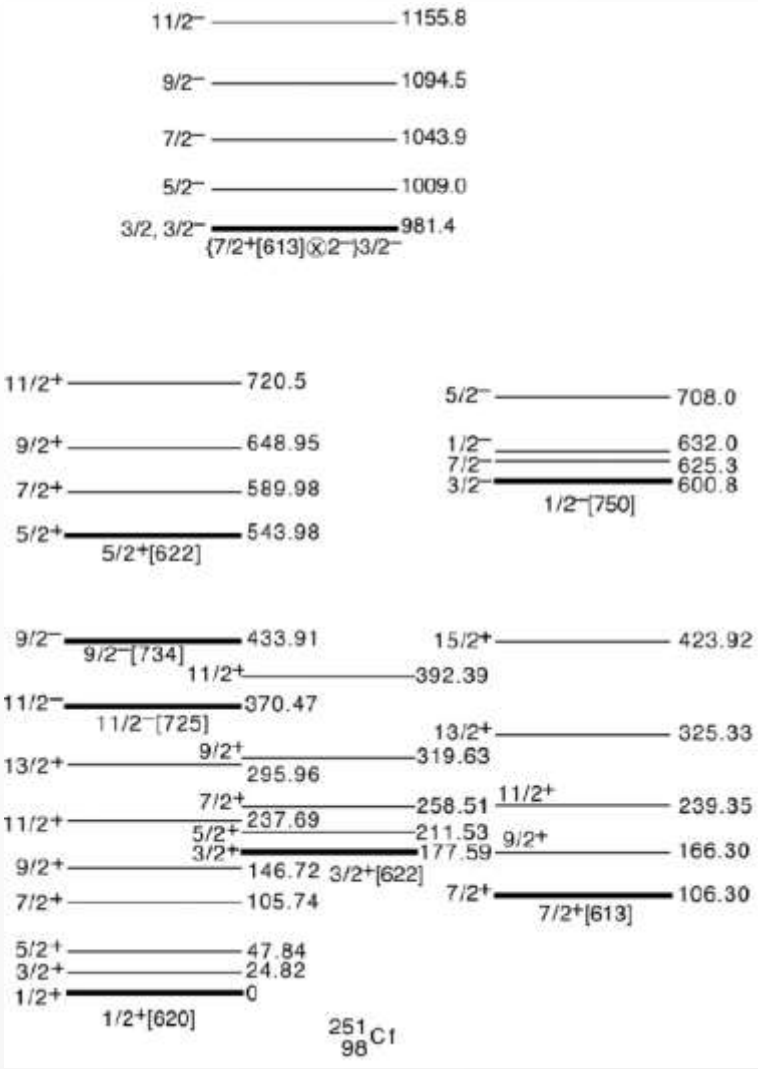
Nilssonov diagram Z<28



Nilssonov diagram 50<Z<82



Rotačné stavy v rámci nilssonovho modelu



Každé jadro môže mať kombinované uhlové momenty hybnosti z jedno-časticových stavov a kolektívnych excitácii.

Dôsledkom je vysoká hustota vzbudených stavov pre deformované jadrá s nepárnym počtom nukleónov.

Mení sa taktiež rozloženie jednotlivých rotačných hladín.

Energia rotačných stavov vybudovaných na základnom stave

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\mathcal{J}}.$$

Pri nenulovom priemete uhl. momentu hybnosti

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}\big(J(J+1) - K(K+1)\big).$$