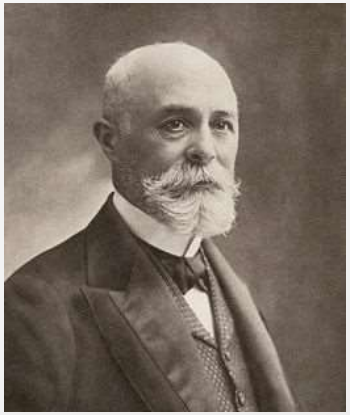
Beta premena

2-FJF-115 Fyzika atómového jadra

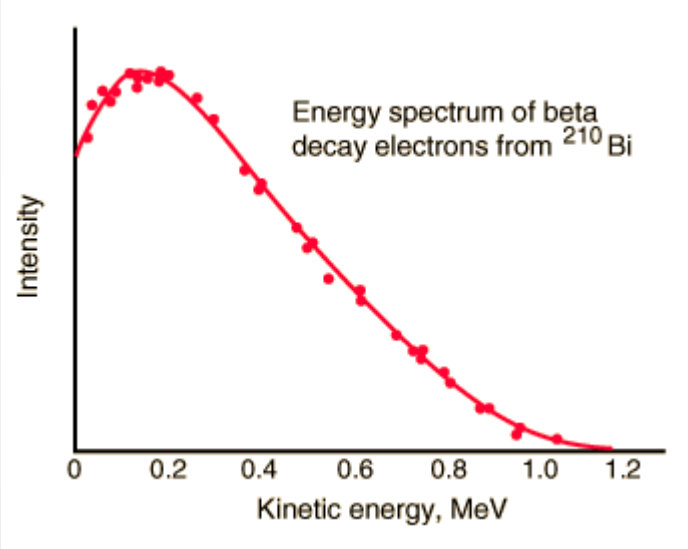
Beta žiarenie



- Dlhoročné štúdium tzv. katódových lúčov vrcholí v roku 1897 (Emil Wiechert, Walter Kaufmann a J.J. Thomson). V tej dobe už bola transformácia iónov známa pri elektrolýze. Atóm sa rozdelí na pozitívne nabitý ión a výrazne ľahší „negatívny ión“.
- V tej dobe sa odhadovala hmotnosť beta častice ako „aspoň 1000 krát menšia ako atóm najľahšieho známeho prvku, vodíka“
- Ernest Rutherford (1871 – 1837) ako prvý rozhodol, že ide o rôzne druhy žiarenia a pomenoval ich ako alfa a beta žiarenie (r. 1899)

Energetické spektrum beta

Energetické spektrum reprezentuje vážnu otázku, ktorú priniesla beta premena. Spektrom nie sú diskrétne čiary ako pri emisii alfa častice. Prvé meranie Otto Hahn a Lisa Meitner (1911) a Jean Danysz (1913) ukázalo, že energetické spektrum uniknutých elektrónov reprezentuje čiary na spojitom pozadí.
V prípade emisia samotného elektrónu by sa – podobne ako pri alfa rozpade – mali sledovať spektrálne čiary s energiou $E_{kin} = (M_m - M_d - m_e)c^2$.
Neplatí zákon zachovania energie?



Zmena spinu pri beta premene

Druhú otázku prinieslo meranie, ktoré ukázalo že izotop 14N má celočíselný spin (konkr. 1^+). Tento fakt je dôležitý aj pri úvahe o možnej prítomnosti elektrónov v jadre.
Na tento izotop sa rozpadáva beta premenou napr. 14C, ktorý má spin a paritu 0^+. Elektrón má však spin ½. Porušuje sa v tomto prípade zákon zachovania momentu hybnosti?

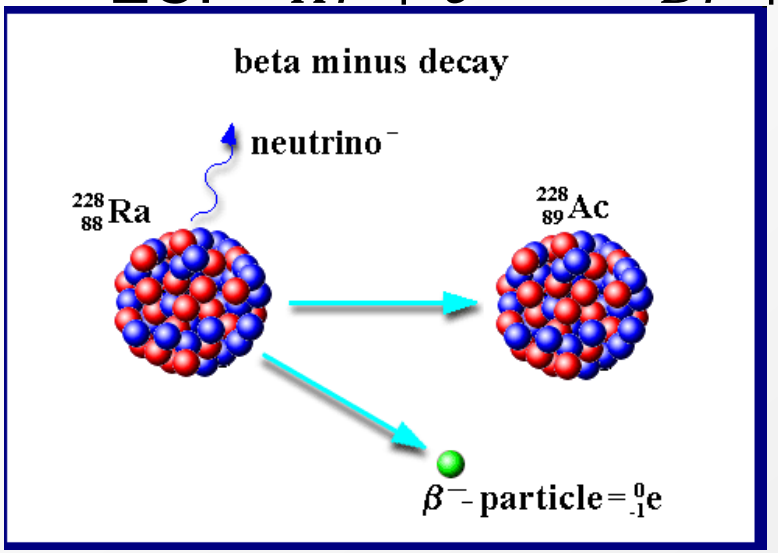
Podobne nezachovanie hybnosti...

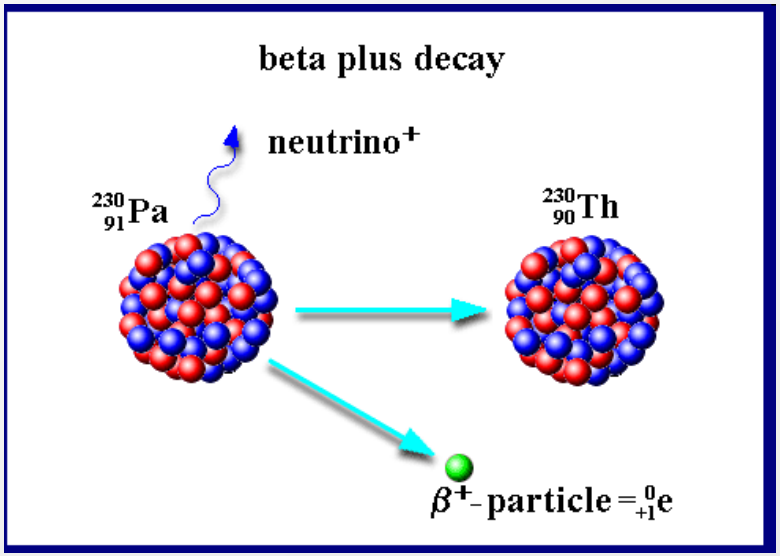
Riešením je zavedenie novej častice neutrálnej častice emitovanej spolu s elektrónom.
V r. 1930 navrhol Wolfgang Pauli neutrálnu časticu nachádzajúcu sa v atómovom jadre a emitovanú sa spolu s elektrónom – „neutrón“.
V r. 1931 Enrico Fermi navrhol premenovať túto časticu a opísal teóriu beta premeny.

Beta premena

- Tri rôzne typy - β^-, β^+ a elektrónový záchyt

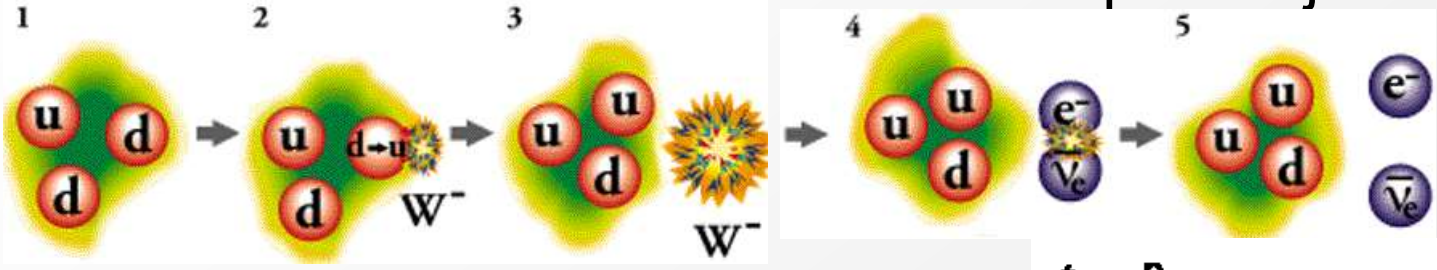
- β-: $^{14}C \rightarrow {}^{14}N + e^- + \overline{\nu_e}$
- β+: $^{23}Mn \rightarrow {}^{23}Na + e^+ + \nu_e$
- EC: $^{81}Kr + e^- \rightarrow {}^{81}Br + \nu_e$

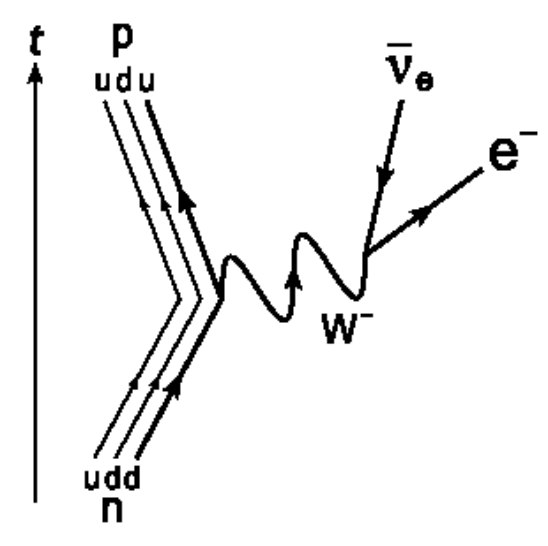




Rozpad neutrónu

- V jadre je neutrón stabilnou časticou. Voľné neutróny sa rozpadávjú beta premenou $n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu_e}\ (+\gamma)$
- Gama kvantum sa emituje len výnimočne (cca 0.001).
- Energia rozpadu je cca 0.782 MeV a polčas je 881.5±1.5 s.





Rozpad protónu

- Rozpad protónu je hypotetický proces, ktorý b prebiehal na ľahšie častice (napr. pion a pozitrón). V rámci štandartného modelu by mal byť protón stabilný. Rozpad na pozitrón má doposiaľ experimentálny limit 1×10^{34} rokov.

Q hodnota β- premeny

$\beta -$ rozpad: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + e^{-} + \bar{\nu}$

$$Q_{\beta^-} = \left[m_n\left({}^{A}_{Z}X\right) - m_n\left({}_{Z+1}^{A}Y\right) - m_e\right]c^2$$

kde m_n sú jadrové hmotnosti. Pre atómové hmotnosti platí

$$m_a\left({}^{A}_{Z}X\right)c^2 = m_n\left({}^{A}_{Z}X\right)c^2 + Zm_e\,c^2 - \sum_{i=1}^{Z} B_i$$

kde B_i sú väzbové energie elektrónov v obale. Po dosadení

$$Q_{\beta^-}$$

$$= \left[m_a\left({}^{A}_{Z}X\right) - \cancel{Zm_e}\,c^2 - m_a\left({}_{Z+1}^{A}Y\right) + \cancel{(Z+1)m_e} - \cancel{m_e}\right]c^2 + \left(\sum_{i=1}^{Z} B_i - \sum_{i=1}^{Z+1} B_i\right)$$

zanedbateľné

$$Q_{\beta^-} = \left[m_a\left({}^{A}_{Z}X\right)c^2 - m_a\left({}_{Z+1}^{A}Y\right)c^2\right]$$

Q hodnota β+ premeny

$\beta +$ rozpad: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + e^{+} + \nu$

$$Q_{\beta^+} = \left[m_n\left({}^{A}_{Z}X\right) - m_n\left({}_{Z-1}^{A}Y\right) - m_e\right]c^2$$

kde B_i sú väzbové energie elektrónov v obale. Po dosadení

$$Q_{\beta^+}$$

$$= \left[m_a\left({}^{A}_{Z}X\right) - \cancel{Zm_e} - m_a\left({}_{Z-1}^{A}Y\right) + \cancel{(Z-1)m_e} - m_e\right]c^2 + \left(\sum_{i=1}^{Z} B_i - \sum_{i=1}^{Z-1} B_i\right)$$

zanedbateľné

$$Q_{\beta^+} = \left[m_a\left({}^{A}_{Z}X\right) - m_a\left({}_{Z-1}^{A}Y\right) - 2m_e\right]c^2$$

Q hodnota EC

Elektrónový záchyt: ${}^{A}_{Z}X + e^{-} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu$

$$Q_{EC} = \left[m_n\left({}^{A}_{Z}X\right) + m_e \; - m_n\left({}^{A}_{Z-1}Y\right)\right]c^2$$

kde B_i sú väzbové energie elektrónov v obale. Po dosadení

$$Q_{EC}$$

$$= \left[m_a\left({}^{A}_{Z}X\right) - \cancel{Zm_e} \; + \cancel{m_e} \; - m_a\left({}^{A}_{Z-1}Y\right) + \cancel{(Z-1)m_e}\,\right]c^2 \; + \cancel{\left(\sum_{i=1}^{Z} B_i - \sum_{i=1}^{Z-1} B_i\right)}$$

$$- B_j \qquad\qquad (j = K, L, M \ldots)$$

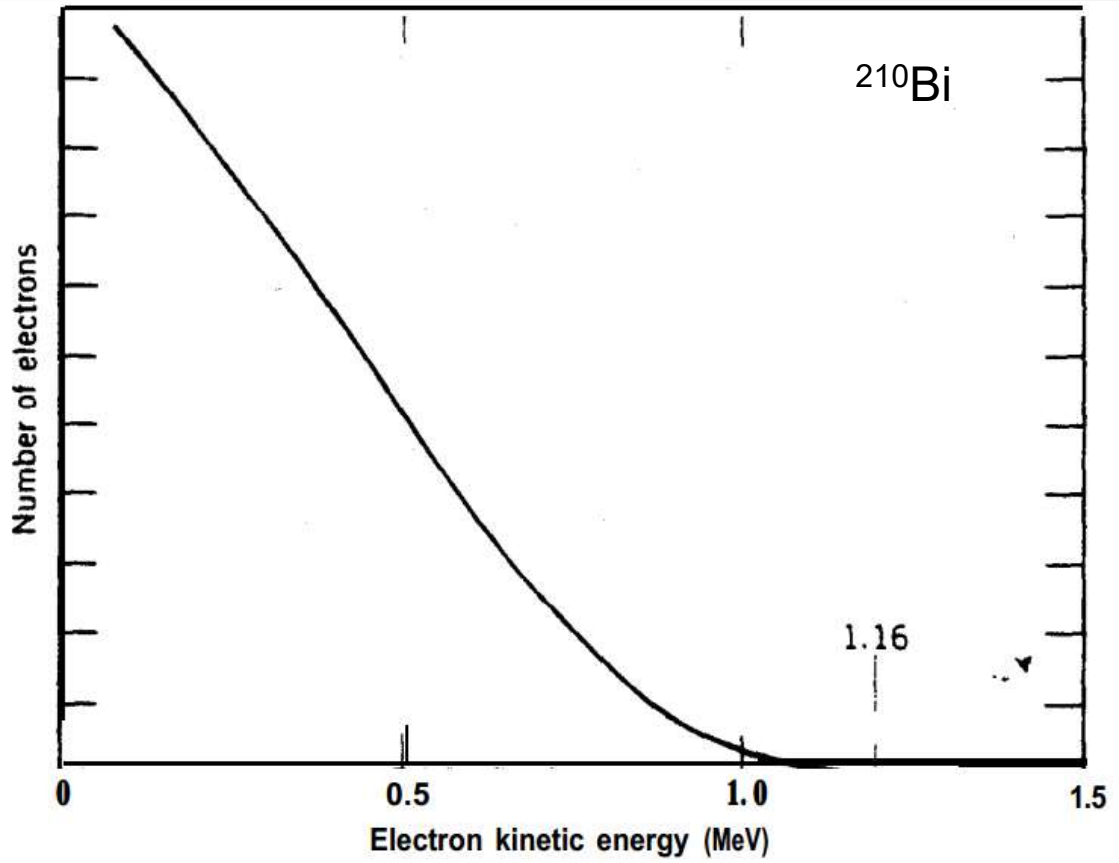
zanedbateľné

$$Q_{EC} = \left[m_a\left({}^{A}_{Z}X\right)c^2 \; - m_a\left({}^{A}_{Z-1}Y\right)c^2\,\right]$$

Napriek tomu, že elektrónový záchyt aj $\beta +$ vedú na to isté jadro, môže sa stať, že elektrónový záchyt bude možný a $\beta +$ bude energeticky zakázaný. Rozdiel v maximách ich Q hodnôt je $2m_e \; = 1.022\ MeV$.

Q hodnota beta premeny

Maximálna energia zodpovedá energii rozdielu hmotností materského a dcérskeho jadra. Hypoteticky umožňuje určiť hmotnosť neutrín.



Spektrum β- vs β+ rozpadu

Spektrum pre β- vs β+ rozpad je rôzne. Zjednodušene sa dá povedať, že emitovaná častica interaguje s kulombovským potenciálom – v jednom prípade odpudivo a v druhom príťažlivo.

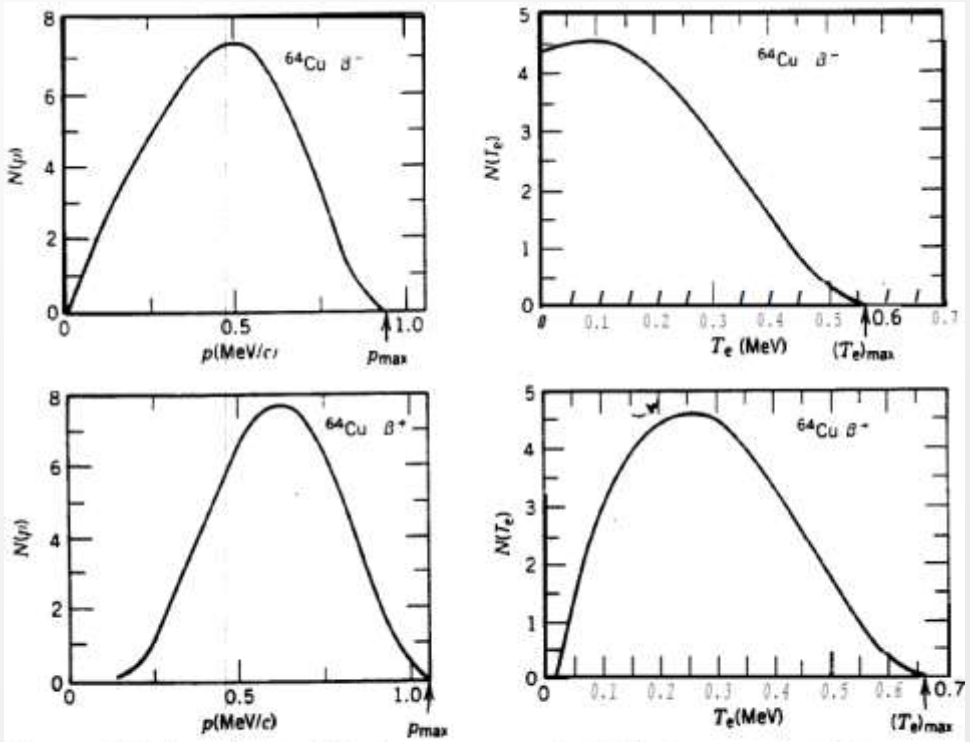


Figure 9.8 Momentum and kinetic energy spectra of electrons and positrons emitted in the decay of ^{64}**Cu.** Compare with Figure 9.2; the differences arise from the Coulomb interactions with the daughter nucleus. From R. D. Evans, The Atomic Nucleus (New York: McGraw-Hill, 1955).

Typy beta premeny

Zmena orbitálneho momentu hybnosti jadra, môže byť iba dôsledkom spinu elektrónu a neutrína unikajúceho z jadra (zjednodušený predpoklad miesta vytvorenia v r=0).

Spiny neutrína môžu byť

- Paralelné (S = 1)
  Gamow-Tellerov rozpad
- Antiparalelné (S = 0)
  Fermiho rozpad

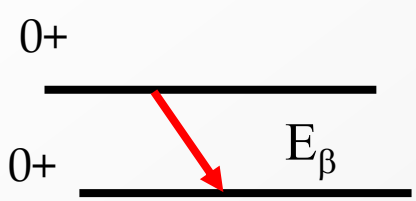
Povolené rozpady

$\Delta I = 0,1$ a $\Delta\pi$ = nie

V prípade Fermiho rozpadu je povolené len $\Delta I = 0$.

Ak sa $I_i = I_f = 0$ tak sa realizuje iba Fermiho prechod.

Fermi



$$\Delta I = |I_i - I_f| \equiv 0$$

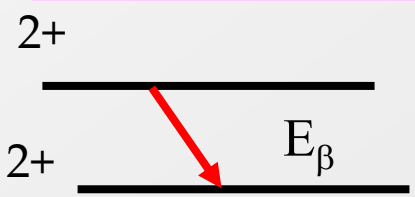
$$S_\beta = 0 \downarrow\uparrow$$

Gamow-Teller

$$\Delta I = |I_i - I_f| \equiv 1$$

$$S_\beta = 1 \uparrow\uparrow or \downarrow\downarrow$$

mixed Fermi & Gamow-Teller



$$\Delta I = |I_i - I_f| \equiv 0$$

$$I_i \neq 0$$

Zakázané rozpady

- first-forbidden $\Delta I = 0, 1, 2$ a $\Delta\pi$ = áno

$^{17}N \rightarrow {}^{17}O$ ($1/2^- \rightarrow 5/2^+$)

- Second-forbidden $\Delta I = 2, 3$ a $\Delta\pi$ = nie

$^{22}Na \rightarrow {}^{22}Ne$ ($3^+ \rightarrow 0^+$)

- Third-forbidden $\Delta I = 3, 4$ a $\Delta\pi$ = áno

$^{87}Rb \rightarrow {}^{87}Sr$ ($3/2^- \rightarrow 9/2^+$)

Fourth-fobidden $\Delta I = 4, 5$ a $\Delta\pi$ = nie

$^{115}In \rightarrow {}^{115}Sn$ ($9/2^+ \rightarrow 1/2^+$)

Zlaté Fermiho pravidlo

Na základe Pauliho hypotézy vyvinul Fermi v r. 1934 teóriu beta premeny. Vo všeobecnosti sa dá pre rozpadovú konštantu beta premeny napísať

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}\left|V_{fi}\right|^2 \rho\left(E_f\right)$$

kde V_{fi} je maticový element a celkovo je integrálom medzi počiatočnými a finálnymi stavmi

$$V_{fi} = \int \psi_f^* V \psi_i^* dV$$

a hustota stavov $\rho\left(E_f\right)$ môže byť opísaná ako $^{dn}/_{dE_f}$ (počet finálnych stavov v určitom energetickom intervale)

Tvar energetického spektra

Vo všeobecnosti sa dá povedať, že príslušný počet častíc s určitou hybnosťou je ovplyvnené nasledujúcimi faktormi:

1. Štatistickým faktorom odvodený z hustoty finálnych stavov obsaditeľných emitovanými časticami $p^2(Q - T_e)^2$.
2. Fermiho funkciou zahŕňajúcu vplyv coulombovského poľa $F(Z', p)$ kde Z' je protónové číslo dcérskeho jadra.
3. Maticový element pre povolené prechody $\left|M_{fi}\right|^2$ záhŕňa sily prechodov medzi počiatočnými a finálnymi stavmi.
4. Dodatočné členy pre závislosť od hybnosti elektrónu a neutrína $S(p, q)$ pre zakázané prechody.

Takže početnosť častíc s určitou hybnosťou bude úmerný

$$N(p) \propto p^2(Q - T_e)^2 F(Z', p)\left|M_{fi}\right|^2 S(p, q)$$

Fermi-Kurie graf

Pre početnosť častíc s určitou hybnosťou máme

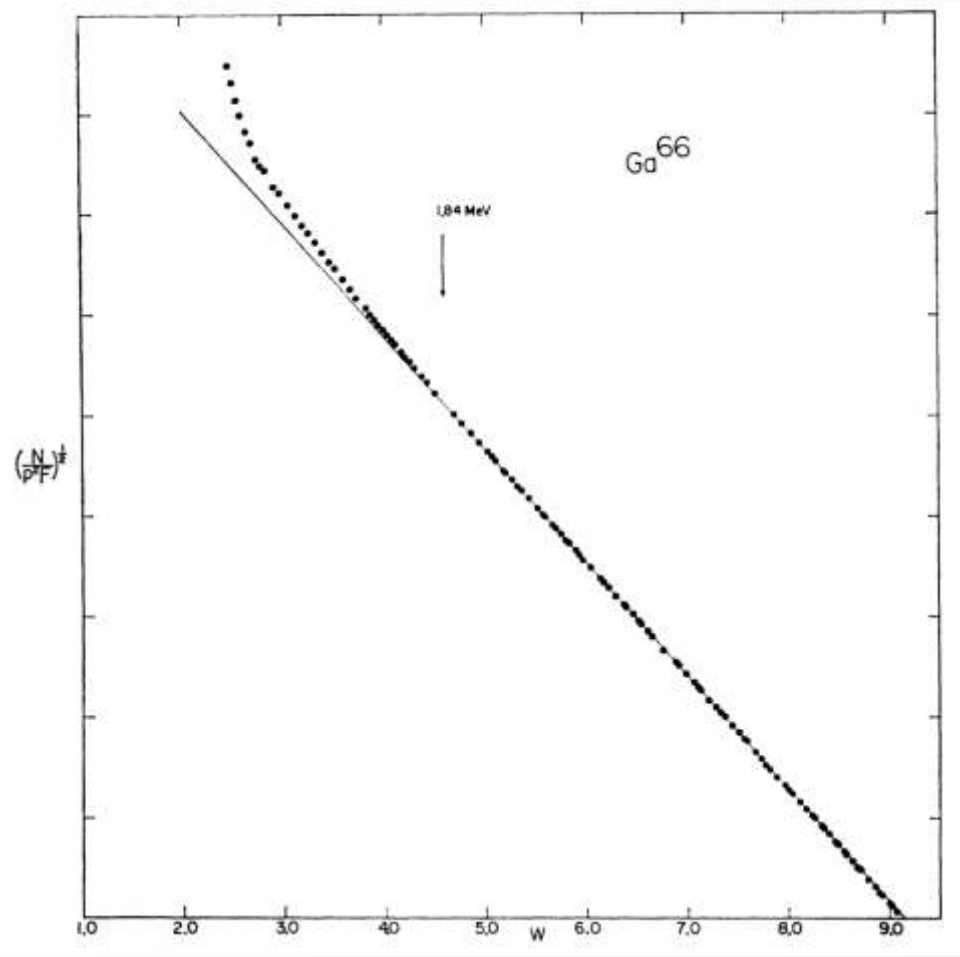
$$N(p) \propto p^2 (Q - T_e)^2 F(Z', p) \left| M_{fi} \right|^2 S(p, q)$$

Tento vzťah môžeme prepísať ako:

$$(Q - T_e) \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p)}}$$

Keď zoberiem prepočítané hodnoty $\sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z',p)}}$ a $(Q - T_e)$ získame lineárnu závislosť, ktorá pretne os X v hodnote Q.

Fermi-Kurie graf



$$(Q - T_e) \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p)}}$$

Keď zoberiem prepočítané hodnoty $\sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z',p)}}$ a $(Q - T_e)$ získame lineárnu závislosť, ktorá pretne os X v hodnote Q.

D.C. Camp L.M. Langer, Phys. Rev. 129, 1782 (1963)

Fermi-Kurie graf

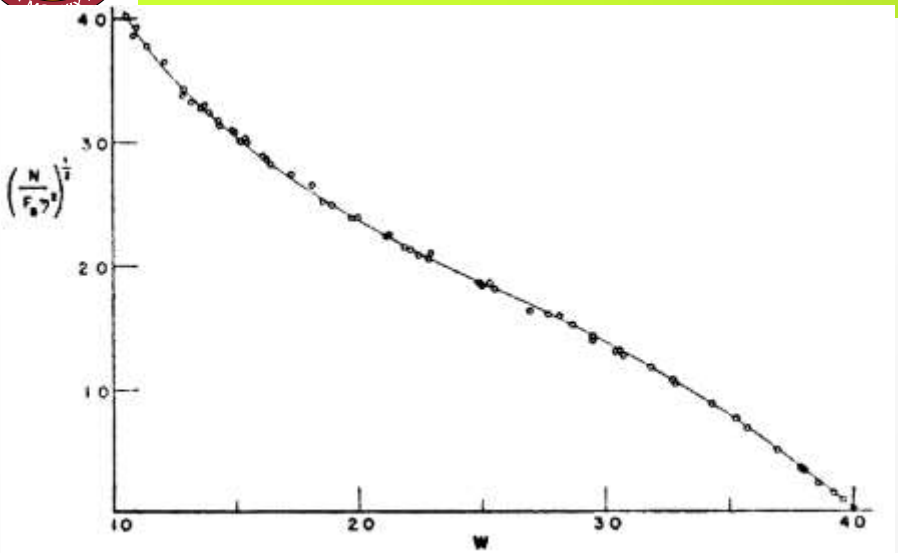


FIG. 1. Conventional Fermi plot for Y^{91} beta-spectrum.

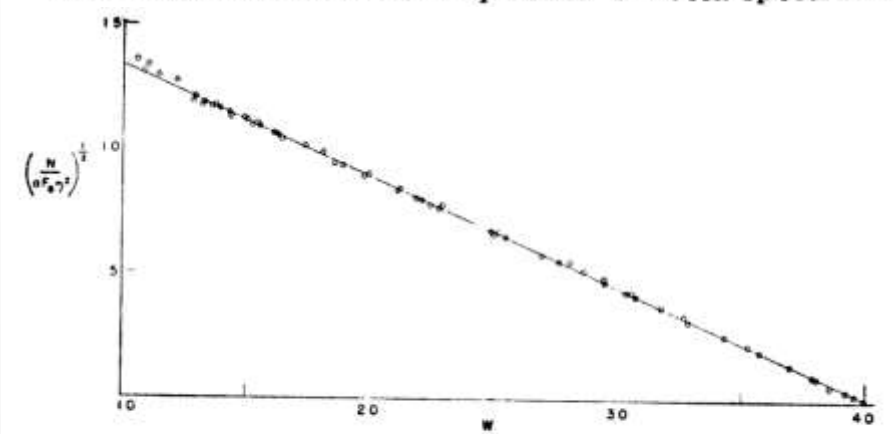


FIG. 2. Forbidden Fermi plot for Y^{91} beta-spectrum. Here the ordinates are divided by the additional factor,

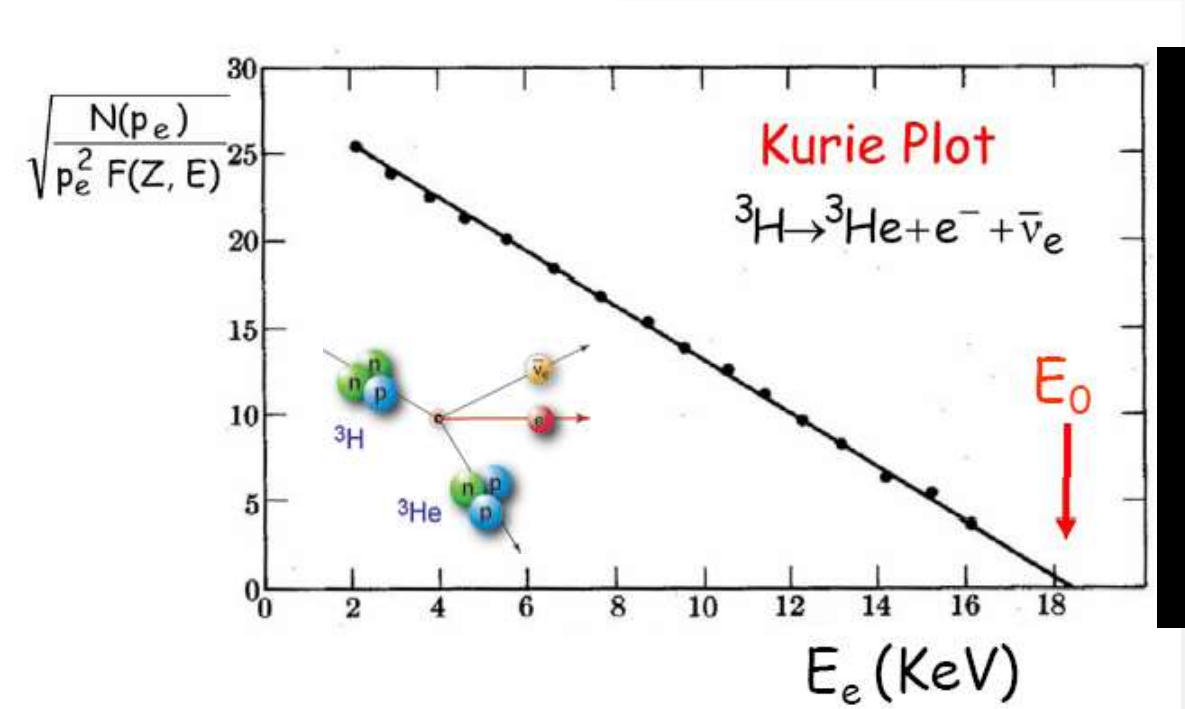
$$a^{\frac{1}{2}} \sim [(W^2-1)+(W_0-W)^2]^{\frac{1}{2}}.$$

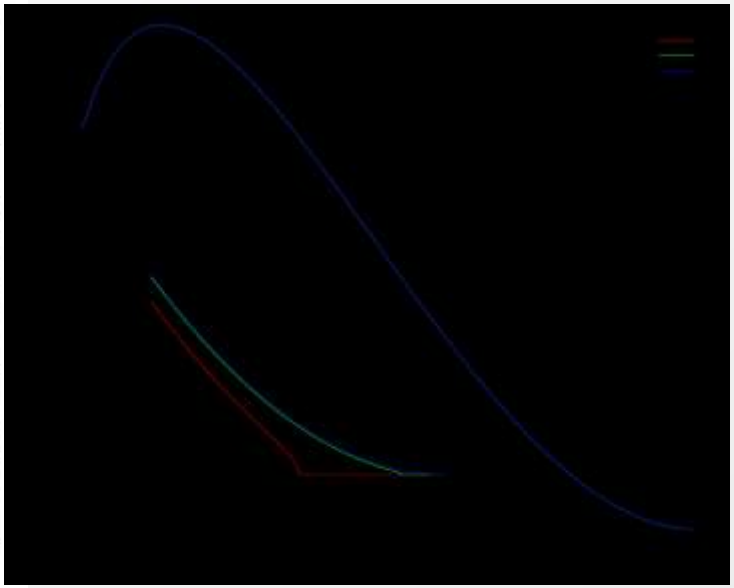
$$(Q - T_e) \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p)}}$$

Keď zoberiem prepočítané hodnoty $\sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z',p)}}$ a $(Q - T_e)$ získame lineárnu závislosť, ktorá pretne os X v hodnote Q.

V prípade zakázaných prechodov musí byť zahrnutá aj korekcia $S(p, q)$ v menovateli pod odmocninou.

Určenie hmotnosti neutrín





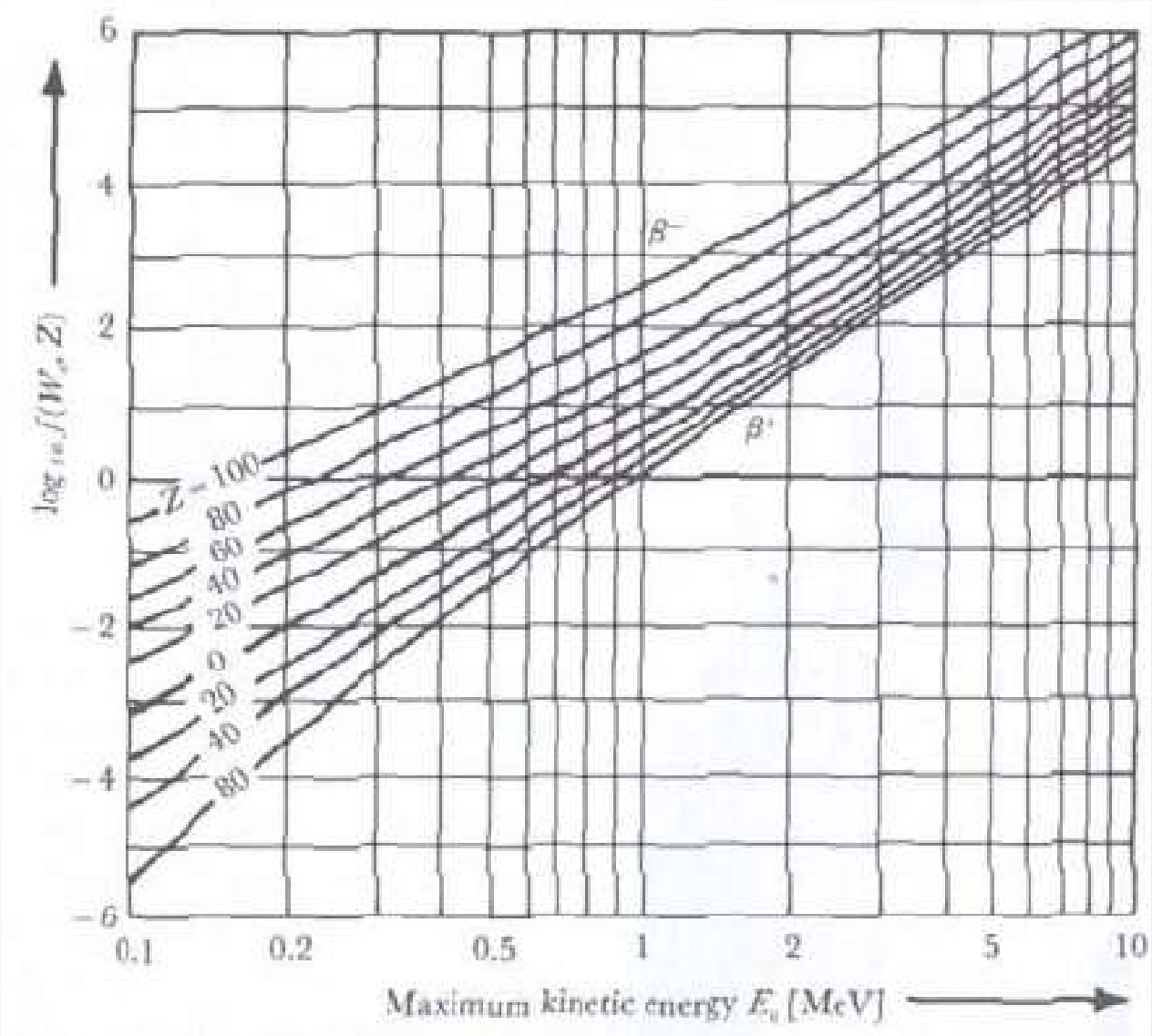
Možnosť využiť beta rozpad ^3H – experiment KATRIN (Karlsruhe TRItium Neutrino experiment). Očakávaná citlivosť 0.2 eV (horný limit s 90% pravdepodobnosťou ak je hmotnosť neutrína nulová). Aktuálne horné ohraničenie 2 eV.

Pravdepodobnosť prechodu

- Pravdepodobnosť vyjadruje hodnota *log ft* pričom *log ft* = *log f* + *log t*
- *log t* = $\log_{10} T_{1/2}$
- log f – logaritmus fermiho integrálu

$$f(Z', E_0) = \frac{1}{(m_e c)^2 (m_e c^2)} \int_0^{p_{\max}} F(Z', p) p^2 (E_0 - E_e)^2 \, dp$$

Fermi integral



Odhad log ft hodnot

- ENSDF analysis program LOGFT – both Windows & Linux distribution
  http://www.nndc.bnl.gov/nndcscr/ensdf_pgm/analysis/logft/
- LOGFT Web interface at NNDC http://www.nndc.bnl.gov/logft/

LOGFT

Parent Information

Nucleus	205Hg	Decay Mode	B-		
E_{level} (keV)	0.0	ΔE_{level}			
$T_{½}$	5.14	Units	M	$\Delta T_{½}$	9
Q-value (keV) (ground state to ground state)	1533	ΔQ-value	4		

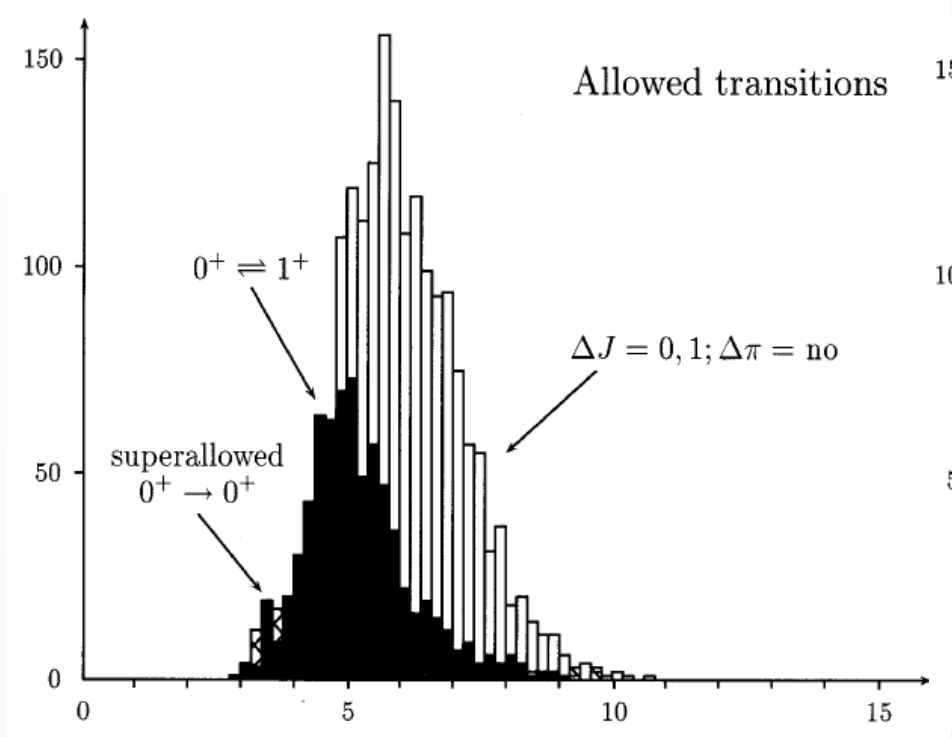
Daugther Information

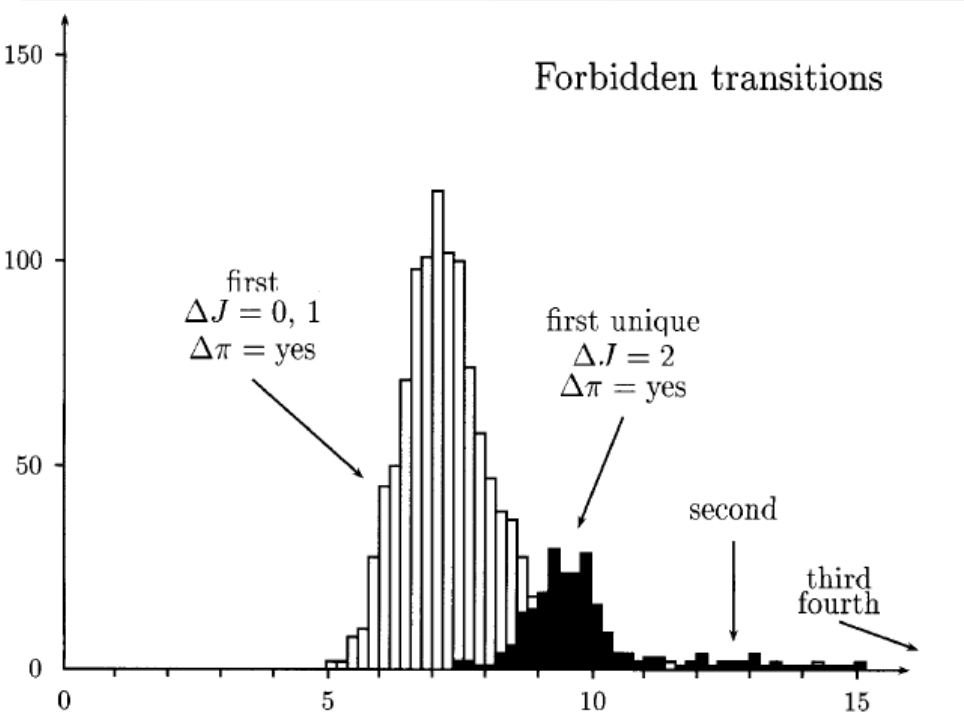
E_{level}(keV)	0	ΔE_{level}			
Transition Intensity (%)	96.8	ΔTI	15	Uniqueness	None

Uncertainties ○ Standard style ◉ Nuclear Data Sheets style

Calculate Help

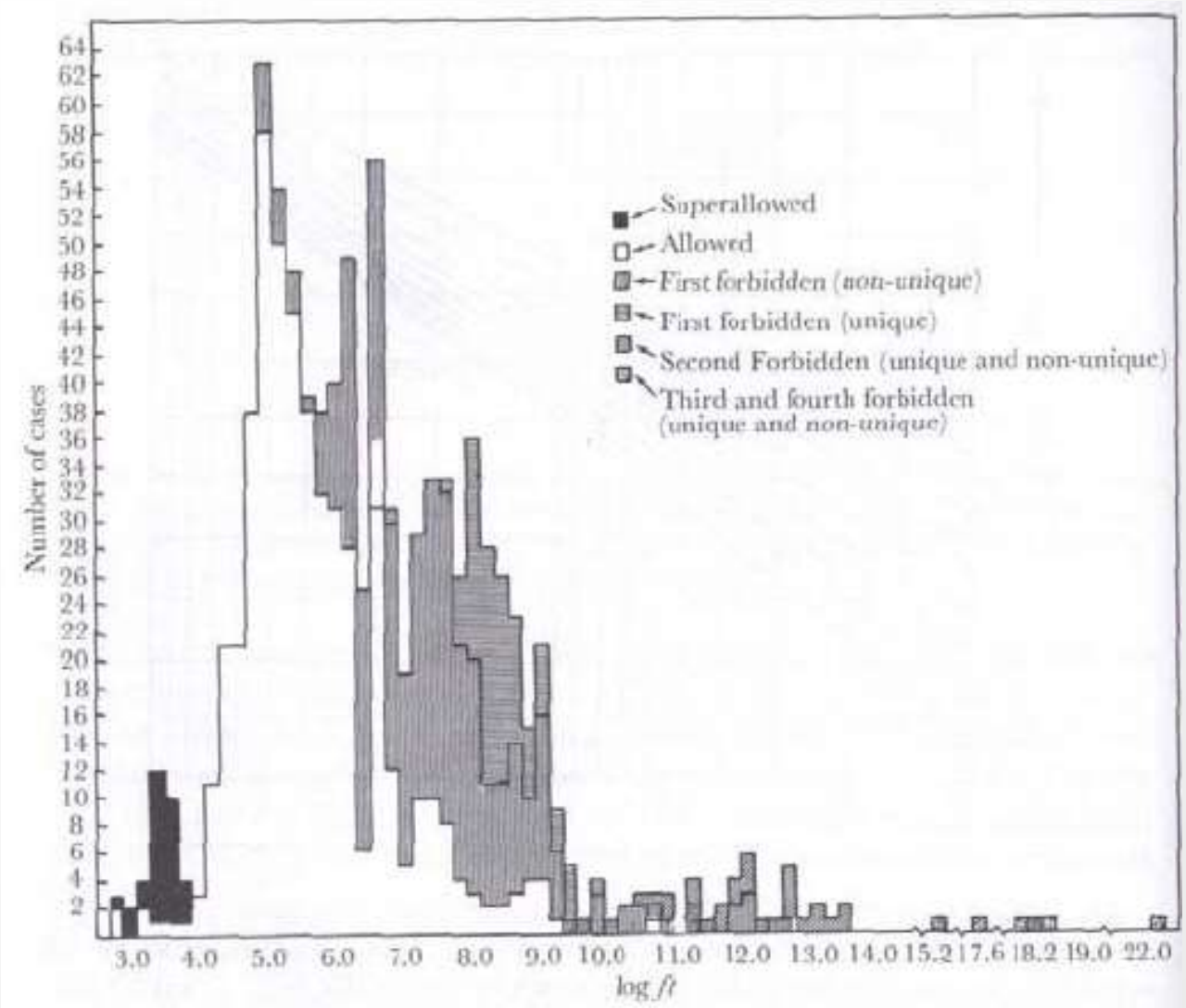
Systematika *log ft*





Nuclear Data Sheets 84, 487 (1998)
Article No. DS980015

Systematika *log ft*



Inverzná beta premena

Inverznou reakciou k β premene je absorbcia neutrína.

$$ {}^{A}_{Z}X + \nu \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + e^{-} $$

$$ {}^{A}_{Z}X + \bar{\nu} \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + e^{+} $$

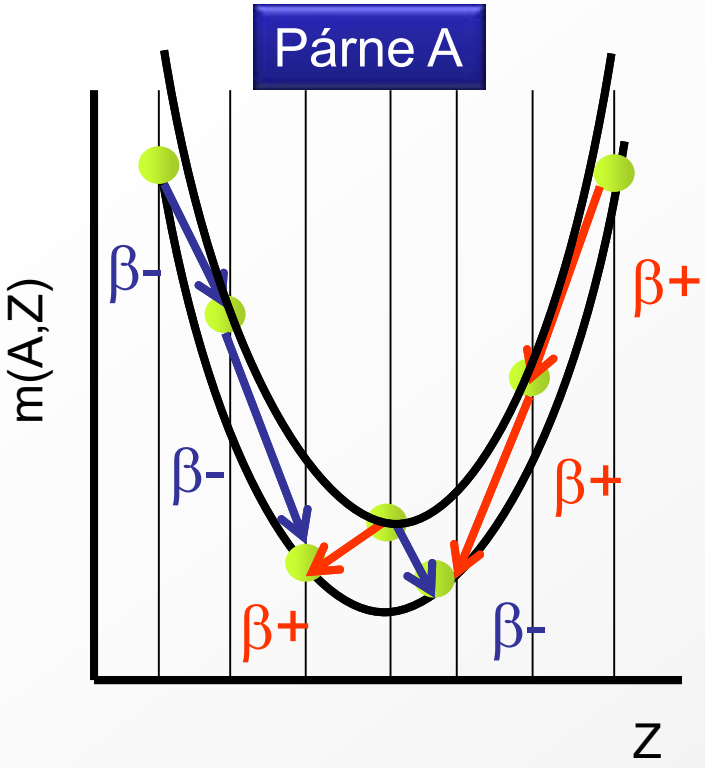
Tento proces prináša možnosť identifikácie neutrín. Prvé potvrdenie existencie neutrín Cowan-Reines neutrínový experiment (Clyde L. Cowan a Frederick Reines – 1956).

Antineutrína boli produkované jadrovom reaktore (tok neutrín 5×10^{13} $cm^{-2}s^{-1}$) a boli zachytávane v nádobách s vodou a realizovala sa reakcia $p + \bar{\nu} \rightarrow n + e^{+}$. Po anihilácii pozitrónu sa emitujú 2 γ kvantá s energiou 511 keV.

Experiment nedal jednoznačné výsledky a preto sa doplnil vrstvou kadmia kde sa realizovali reakcie unikajúceho neutrónu $n + {}^{108}Cd \rightarrow {}^{109m}Cd \rightarrow {}^{109}Cd + \gamma$.

DVOJITÝ BETA ROZPAD

Hmotnosti jadier s párnym A



V prednáške o vlastnostiach jadier sme mali uvedený dôsledok párovacieho člena vo Weizsäcker formuli pre párno párne jadrá – dve parabolické závislosti.

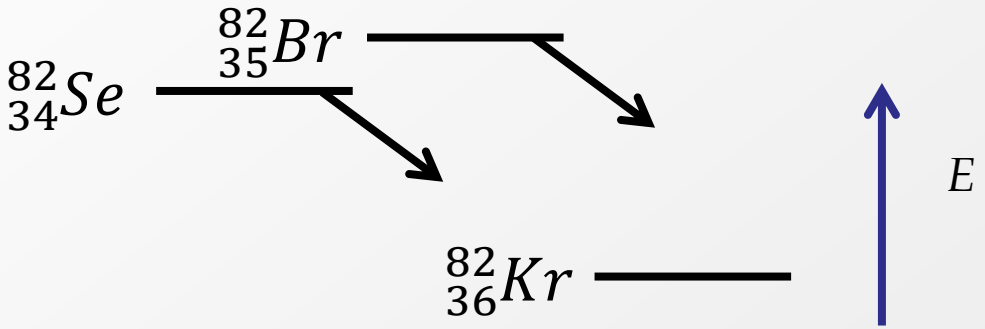
1) pre párno-párne jadrá (stabilnejšie)

2) pre nepárno-nepárne jadrá.

Párno párne jadrá z oblasti stability sa často nemôžu rozpadnúť beta premenou na susedné jadrá.

Dvojitý beta rozpad

- Dvojitý beta rozpad ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+2}^{A}Y + 2e^{-} + 2\bar{\nu}$
- Navrhnutý už v roku 1935 (Maria Goeppert-Mayer). Očakávané parciálne polčasy 10^{15} – 10^{16} rokov.
- V 60-tyc – 70-tych rokoch minulého storočia preukázané v laboratóriách pri meraniach ^{82}Se a ^{128}Te.



- Dvojitý elektrónový záchyt ${}^{A}_{Z}X + 2e^{-} \rightarrow {}_{Z-2}^{A}Y + 2\nu$
- Identifikovaný v roku r. 1996 a 2001 v rozpade ^{130}Ba s parciálnym polčasom 10^{21} rokov.

Známe prípady $\beta\beta$ rozpadu

- Veľmi zriedkavý proces jadrovej premeny, očakáva sa iba pri 35-tich jadrách. Je možné ho identifikovať pri jadrách, kde klasický beta rozpad nie je energeticky povolený, ale emisia dvoch elektrónov energeticky možná je.
- Typické polčasy 10^{18} – 10^{21} rokov
- Doposiaľ identifikovaný v cca 12-tich izotopoch – 11 prípadov $2\nu\beta\beta$ (^{48}Ca, ^{76}Ge, ^{82}Se, ^{128}Te, ^{100}Mo...) a $2\nu\ EC\ EC$ v ^{130}Ba