

## Fyzika Atómového jadra - príklady

### Základné vlastnosti a rozpad jadier

- Akú energiu (kinetickú) musia mať neutróny a elektróny ak je ich vlnová dĺžka
  - 1 fm
  - 10 fm
- Yukawova hypotéza výmenných síl spočívala v prenose mezonov medzi silne interagujúcimi časticami. Odhadnite očakávanú hmotnosť týchto častíc.
- Môžu byť elektróny s kinetickou energiou 8 MeV jednoznačne lokalizované v atómovom jadre? Odpoveď podložte aj výpočtom.
- Ukážte, že pre strednú dobu života nestabilného jadra platí  $\tau = 1/\lambda$ .  
Pomôcka: Pre strednú hodnotu pravdepodobnostnej distribúcie normovanej na jednotku platí  $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$ . V prípade nenormovanej distribúcie platí  $\langle x \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx}$ .
- Väzbová energia pre trícium je  $W(^3H) = 8.482 \text{ MeV}$  a pre  $^3\text{He}$  je  $W(^3\text{He}) = 7.718 \text{ MeV}$ . Overte, že sa líšia iba o kulombovskú interakciu a teda, že silná interakcia nukleónov je pre obe jadrá rovnaká.
- Hmotnosť atómu  $^{235}\text{U}$  je 235.04393 amu. Odhadnite väzbovú energiu jadra.
- Odhadnite celkovú väzbovú energiu jadra  $^{80}\text{Br}$ .
- Rozhodnite, či môžu prebehnúť nasledujúce reakcie:
  - $p + p \rightarrow p + \bar{p} + \pi^+ + \pi^-$
  - $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$
- Aký je izospin jadier  $^{45}_{23}\text{V}$ ,  $^{45}_{22}\text{Ti}$ ,  $^{47}_{23}\text{V}$
- Vypočítajte z experimentálnych hmotností separačnú energiu pre jeden a dva neutróny v prípade jadier:
  - $^{236}\text{U}$
  - $^{238}\text{U}$
  - $^{239}\text{U}$

### Základné modely jadier

- Ak je exc. energia 2+ stavu 91.4 keV aká bude energia ďalších troch rotačných stavov (4+, 6+, 8+)?
- Nájdite vzťah medzi elektrickým kvadrupólovým momentom vzbuđeného 2+ stavu (prvý rotačný stav na základnom stave) a intrinšickým kvadrupólovým momentom jadra v prípade natiahnutých (prolate) jadier? Vo všeobecnosti  $Q = \frac{3K^2 - J(J+1)}{(J+1)(2J+3)} Q_0$
- V oblasti jadier s  $A = 150 - 170$  je skupina jadier, ktorá má kvadrupólový moment pri excitácii 2+ stavu (v rámci rotačného pásu na základnom stave)  $Q = -2$  b. Odhadnite deformáciu takého jadra.
- Vysvetlite resp. odvodte podobu asymetrického člena v Bethe-Weizsäckerovom vzťahu.
- Môžeme mať pre izobary s nepárnym počtom nukleónov viacero stabilných izotopov? Svoje tvrdenie dokážte.

6. Pri rozptyle žiarenia na kryštalickej štruktúre dochádza k vzniku interferenčných maxím v dôsledku rozptylu na rôznych vrstvách štruktúry. Predpokladajme rozptyl neutrónov s energiou 1 eV na kryštáli. Prvé Braggove maximum nameriame pod uhlom  $11.8^\circ$ . Aká je vzdialenosť medzi jednotlivými rovinami kryštálu?

## Vrstvový model

- Aké sú možné spiny a parity pre základný stav jadier
  - $^{14}_7N$
  - $^7_3Li$
  - $^{11}_5B$
  - $^{58}_{29}Cu$
  - $^{31}_{15}P$
  - $^{209}_{83}Bi$
  - $^{51}_{23}V$
  - $^{238}_{92}U$
- Jadrá  $^9_4Be$  a  $^9_5B$  majú v základnom stave nespárovaný nukleón na hladine  $1p_{3/2}$ . Aké sú možné spiny a parity pre základný stav jadra  $^{10}_5B$ ?
- Skúste predpovedať pre jadro  $^{17}_8O$  spin a paritu pre základný stav jadra a prvé dva vzbuđené stavy. Svoju predpoveď aj zdôvodnite

## Rozpady jadier

- Majme rovnaké množstvo dvoch rádioaktívnych izotopov. Polčas rozpadu prvého izotopu, označme si ho A, je 4 dni. Počas rozpadu izotopu označeného ako B je neznámy. Po 12-tich dňoch merania zistíme, že izotopu B je dvojnásobne viac ako izotopu A. Aký je polčas izotopu B?
- Predpokladajme rovnomernú produkciu jadier rádioaktívnych jadier s polčasom  $T_{1/2}$  s produkčnou rýchlosťou  $P$  (napr. pri ožarovaní vzorky v neutrónovom poli).
  - Aká bude aktivita vzorky v čase  $2 \times T_{1/2}$ ?
  - Aká bude maximálna aktivita vzorky?
  - Aká bude závislosť počtu jadier od času?
- Prírodný urán je tvorený tromi izotopmi  $^{234}U$ ,  $^{235}U$  a  $^{238}U$ . Izotop  $^{234}U$  je zastúpený 0.006%, izotop  $^{235}U$  má 0.71% a  $^{238}U$  má 99.28%. Polčas rozpadov týchto izotopov je  $T_{1/2}(^{234}U) = 2.5 \times 10^5 r$ ,  $T_{1/2}(^{235}U) = 7.1 \times 10^8 r$  a  $T_{1/2}(^{238}U) = 4.5 \times 10^9 r$ . Vypočítajte percentuálny podiel rádioaktivity, ktorým do prírodného pozadia prispievajú jednotlivé izotopy.
- Prírodný urán je zmes 99.3% izotopu  $^{238}U$  a 0.7%  $^{235}U$ .
  - Kedy bol podiel oboch izotopov rovnaký? (Predpokladajme, že nový  $^{238}U$  a  $^{235}U$  od vzniku zeme nepribúda).
  - Ak by sme mali vzorku 10g prírodného uránu, koľko litrov héliového plynu (pri štandardnom tlaku a teplote) sa od tej doby vytvorilo, ak by sme uvažovali iba rozpad týchto uránových izotopov?
  - Koľko litrov héliového plynu by sa z takej vzorky za daný čas uvoľnilo, ak by sme uvažovali celý rozpadový reťazec?

Molárny objem ideálneho plynu pri štandardnom tlaku a teplote je  $22.414 \text{ l}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

5. Drevený historický artefakt má aktivitu  $^{14}\text{C}$  11.7 rozpadov za minútu. Aktuálna aktivita  $^{14}\text{C}$  v čerstvej vzorke z prírody je 15.3 rozpadov za minútu. Polčas rozpadu  $^{14}\text{C}$  je 5730 rokov. Určite vek artefaktu.

## Alfa rozpad

1. Porovnajzte celkovú potenciálovú bariéru pre alfa rozpad  $^{238}\text{U}$  vedúci na finálny stav so spinom a paritou a)  $0+$  b)  $2+$
2. V rozpade  $^{228}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{224}_{88}\text{Ra} + \alpha$  sa emitujú častice s energiou 5.423 MeV. Vypočítajte rozdiel hmotnostných úbytkov materského a dcérskeho izotopu.
3. Izotop  $^{214}\text{Po}$  sa rozpadáva alfa rozpadom na izotop  $^{210}\text{Pb}$ . Kinetická energia emitovaných alfa častíc je 7.386 MeV. Hmotnostný úbytok izotopu  $^{210}\text{Pb}$  je  $\Delta M = -14.73 \text{ MeV}$ . Aká je hmotnosť izotopu  $^{214}\text{Po}$ ?
4. Izotop  $^{216}\text{Rn}$  má polčas rozpadu 45  $\mu\text{s}$  a  $Q_\alpha$  hodnotu rozpadu 8.197 MeV. Izotop  $^{220}\text{Rn}$  má polčas rozpadu 55.6 s a  $Q_\alpha$  hodnotu rozpadu 6.404 MeV. Aký polčas očakávame pre izotop  $^{218}\text{Rn}$ , ktorý má  $Q_\alpha$  hodnotu rozpadu 7.265 MeV?

## Beta premena

1. Odvodzte vzťah pre  $Q$  hodnotu  $\beta^-$ ,  $\beta^+$  premeny a elektrónového záchytu.
2. Vypočítajte  $Q$  hodnotu pre beta premenu:
  - a.  $^{23}_{10}\text{Ne} \rightarrow ^{23}_{11}\text{Na}$        $\Delta M(^{23}_{10}\text{Ne}) = -5.154$      $\Delta M(^{23}_{10}\text{Ne}) = -9.529$
  - b.  $^{82}_{38}\text{Sr} \rightarrow ^{82}_{37}\text{Rb}$        $\Delta M(^{82}_{38}\text{Sr}) = -76.009$      $\Delta M(^{82}_{37}\text{Rb}) = -76.188$
3. Vysvetlite, čím sa líšia od seba Fermiho a Gamov-Teller beta rozpad. Aké sú očakávané zmeny spinu a parity v prípade týchto dvoch rozpadov? Aký typ rozpadu môžeme sledovať pri rozpade  $1+ \rightarrow 0+$ ?
4. Podľa zmeny spinu a parity odhadnite charakter beta premien. V prípade povolených prechodov, upresnite o aký typ povoleného prechodu sa jedná
  - a.  $3^+ \rightarrow 0^+$
  - b.  $1^+ \rightarrow 0^+$
  - c.  $2^+ \rightarrow 2^+$
5. Pri rozpade  $^{26}_{13}\text{Al} \rightarrow ^{26}_{12}\text{Mg}$  prebieha beta premena na vzбудené hladiny v dcérskom jadre s vetviacim pomerom pre beta premenu 100%. S relatívnou intenzitou  $i_{rel} = 97.3\%$  sa obsadzujú v jadre  $^{26}_{12}\text{Mg}$  vzbudená hladina s excitačnou energiou 1.8 MeV. Rozdiel hmotnostných úbytkov pre základné stavy oboch izotopov je 4 MeV. Polčas rozpadu je  $T_{1/2} = 7.4 \times 10^5 \text{ rokov} = 2.33 \times 10^{13} \text{ sekúnd}$ .
  - a. Určite typ beta premeny ( $\beta^-$ ,  $\beta^+$ /EC) tieto izotopy.
  - b. Určite či ide o povolený príp. zakázaný prechod.
  - c. Odhadnite zmenu spinu a parity pri tejto beta premene.
6. Izotop  $^{232}\text{Np}$  má spin a paritu základného stavu  $4+$ . Polčas rozpadu je 14,7 minúty. Rozpadáva sa beta premenou na izotop  $^{232}\text{U}$  s vetviacim pomerom  $b_\beta \approx 100\%$ . Väčšina rozpadov ( $i_{rel} = 90\%$ ) ide na vzbudenú hladinu (v  $^{232}\text{U}$ ) s exc. energiou 1194 keV. Odhadnite, aký spin a paritu môže mať táto hladina v izotope  $^{232}\text{U}$ ?

7. Odhadnite charakteru prechodu  $^{87}\text{Rb} \rightarrow ^{87}\text{Sr}$ . Využite  $Q_{\beta^-} = 283.3 \text{ keV}$  a  $T_{1/2} = 4.75 \times 10^{10}$  rokov. Vetviaci pomer pre tento  $\beta$  prechod aj jeho relatívnu intenzitu na základný stav  $^{87}\text{Sr}$  predpokladajte 100%
8. Určite typ beta premeny prenasledujúce prípady:
  - a.  $^{17}\text{N} \rightarrow ^{17}\text{O} (1/2^- \rightarrow 5/2^+)$
  - b.  $^{22}\text{Na} \rightarrow ^{22}\text{Ne} (3^+ \rightarrow 0^+)$
  - c.  $^{87}\text{Rb} \rightarrow ^{87}\text{Sr} (3/2^- \rightarrow 9/2^+)$

## Jadrové štiepenie

1. Predpokladajme, že pri symetrickom štiepení sa za emisie dvoch neutrónov jadro  $^{238}\text{U}$  rozpadá na dva fragmenty  $^{118}\text{Pd}$ . Aká je výška kulombovskej bariéry?
2. Odhadnite excitačnú energiu jadier vytvorených záchytnom tepelného neutrónu na jadrách  $^{235}\text{U}$  a  $^{238}\text{U}$ , a určite, či postačuje absorpcia tepelného neutrónu na štiepenie jadier ( $B_f \cong 6 \text{ MeV}$ ). Hmotnostné úbytky sú:  $\Delta M(n) = 8.1 \text{ MeV}$ ,  $\Delta M(^{235}\text{U}) = 40.9 \text{ MeV}$ ,  $\Delta M(^{236}\text{U}) = 42.4 \text{ MeV}$ ,  $\Delta M(^{238}\text{U}) = 47.3 \text{ MeV}$  a  $\Delta M(^{239}\text{U}) = 50.5 \text{ MeV}$

## Emisia gama

1. Predpokladajme komptonov rozptyl fotónu s počiatočnou vlnovou dĺžkou  $\lambda$  rozptýleného pod uhlom  $\varphi$  s konečnou vlnovou dĺžkou  $\lambda'$ . Odvodte vzťah  $\lambda - \lambda' = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$ .
2. Aký je charakter nasledujúcich gama prechodov? Uveďte všetky povolené multipóly.
  - $\frac{9^-}{2} \rightarrow \frac{7^+}{2}$
  - $\frac{1^-}{2} \rightarrow \frac{7^-}{2}$
  - $\frac{11^-}{2} \rightarrow \frac{3^+}{2}$
  - $2^+ \rightarrow 0^+$
  - $1^+ \rightarrow 1^+$
  - $5/2^+ \rightarrow 3/2^-$
  - $1^- \rightarrow 0^+$
  - $4^+ \rightarrow 2^+$
  - $4^- \rightarrow 2^+$
  - $1/2^+ \rightarrow 5/2^+$
3. Jadro  $^{57}\text{Fe}$  emituje  $\gamma$  kvantum s energiou 14.4 keV. Odhadnite kinetickú energiu odnášanú jadrom.
4. Máme E1 a E2 prechod s  $E_{\gamma} = 1 \text{ MeV}$  pre jadro s  $A = 100$ . Aké sú pomery pravdepodobnosti prechodu?
5. Predpokladajme deexcitáciu jadra s 250 nukleónmi zo vzbudenej hladiny  $9/2^- [734]$  s energiou 170 keV na základný stav s konfiguráciou  $5/2^+ [622]$ . Aký bude polčas rozpadu pre tento prechod?
6. Odhadnite rádový rozdiel v polčasoch rozpadu pre 100 keV prechod v isotope  $^{212}\text{Bi}$  v prípade E1 a M2 charakteru.