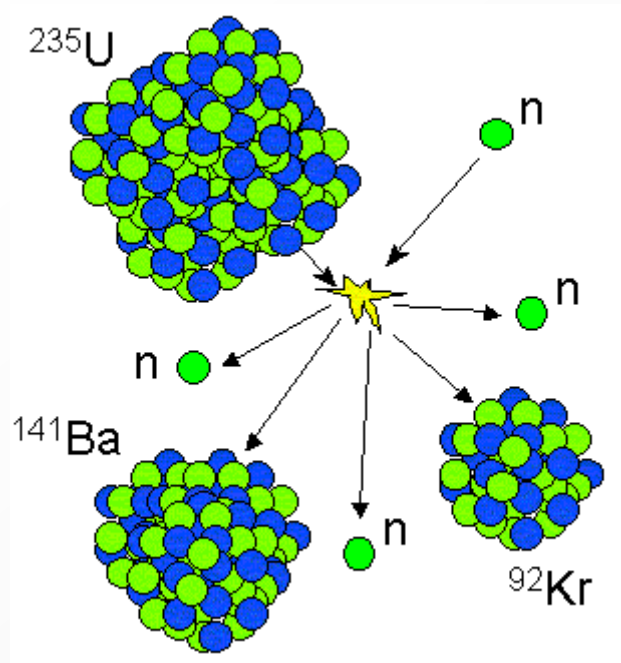


# Štiepenie jadier

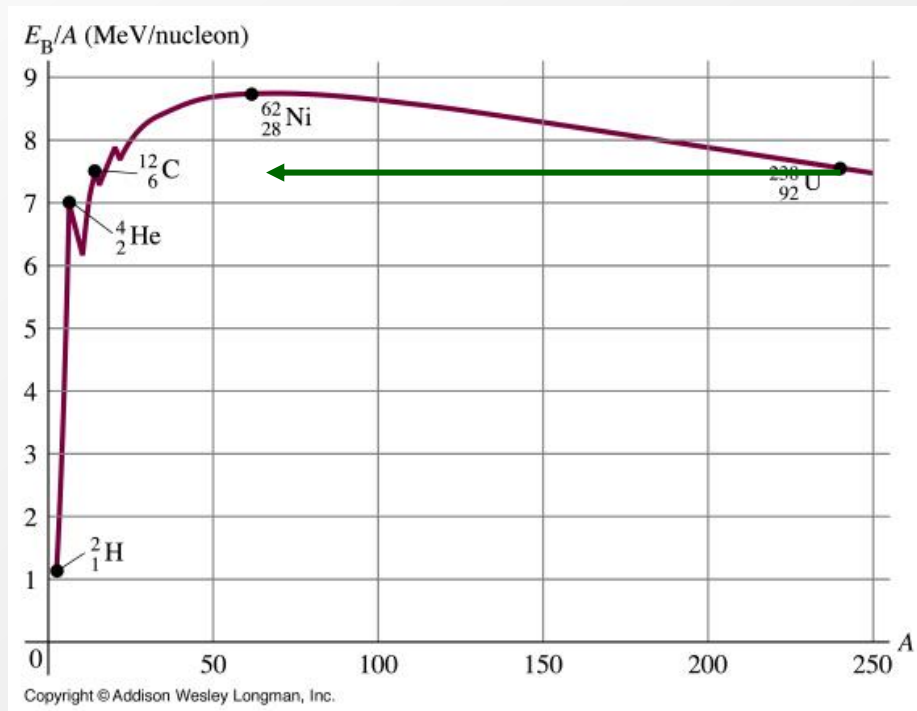
Upresnenie a  
doplnenia k PhD JF



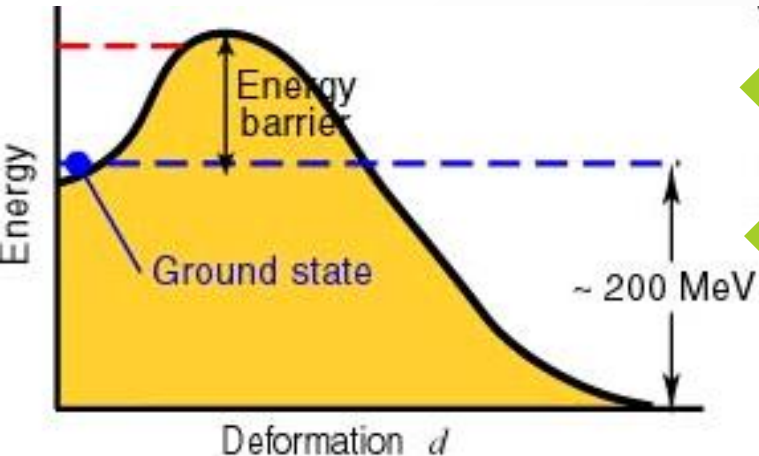
# Štiepenie jadier



Rozpad na dva príp. tri fragmenty



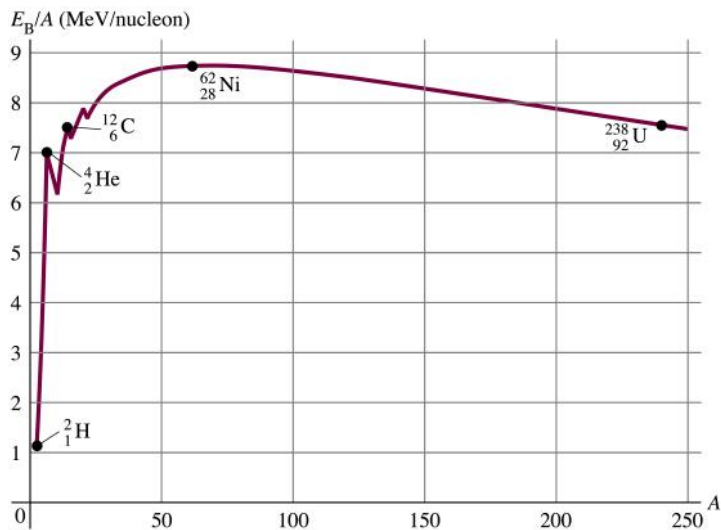
# Štiepna bariéra



← Aktivačná energia (pri spontánnom štiepení sa vysktuje tunelovanie)

← Uvoľnená energia

--- Excited state  
- - - Ground state



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

29. 5. 2019

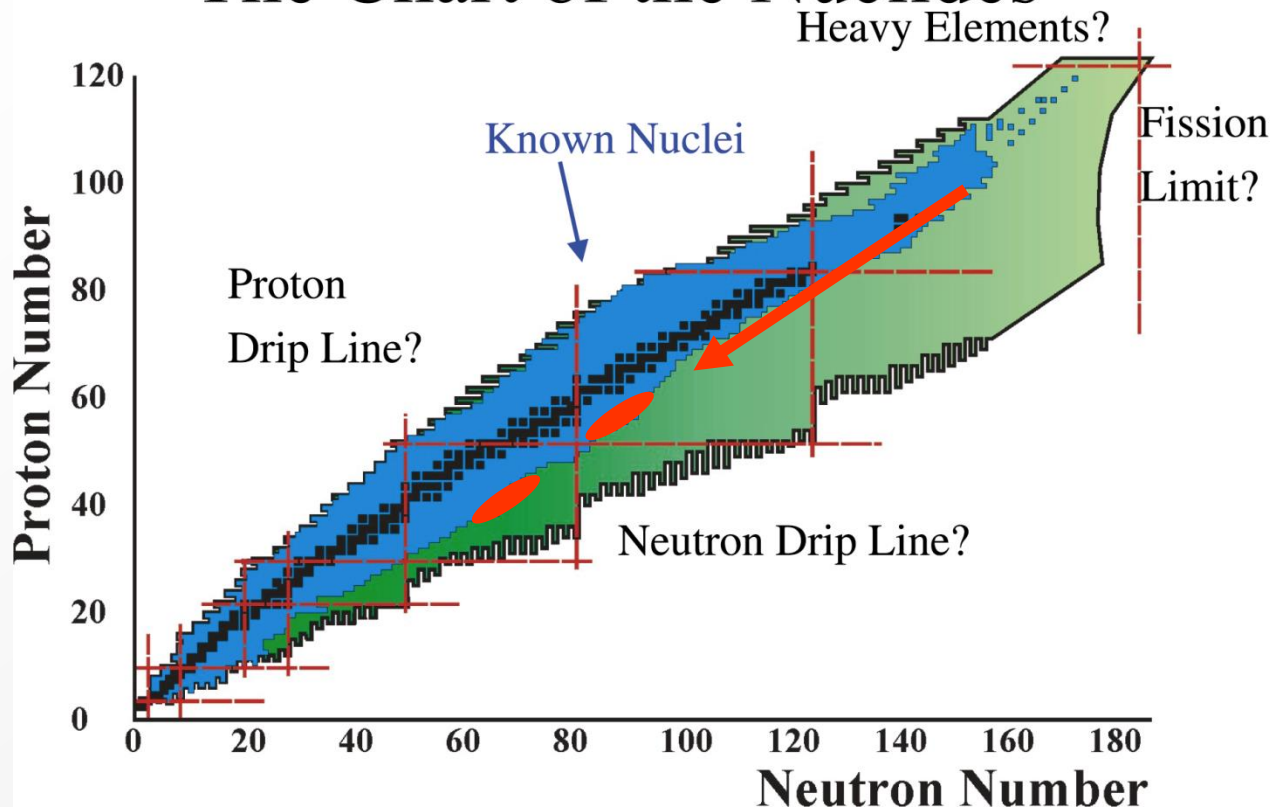
Štiepenie jadier

3/23

# Štiepenie jadier



## The Chart of the Nuclides



Produkujú sa neutrónovo bohaté jadrá exotické jadrá

Problém rádioaktivity jadrového odpadu

Možnosť využitia štiepných zdrojov na vytvorenie rádioaktívnych zväzkov.

# Odhad štípnéj bariéry

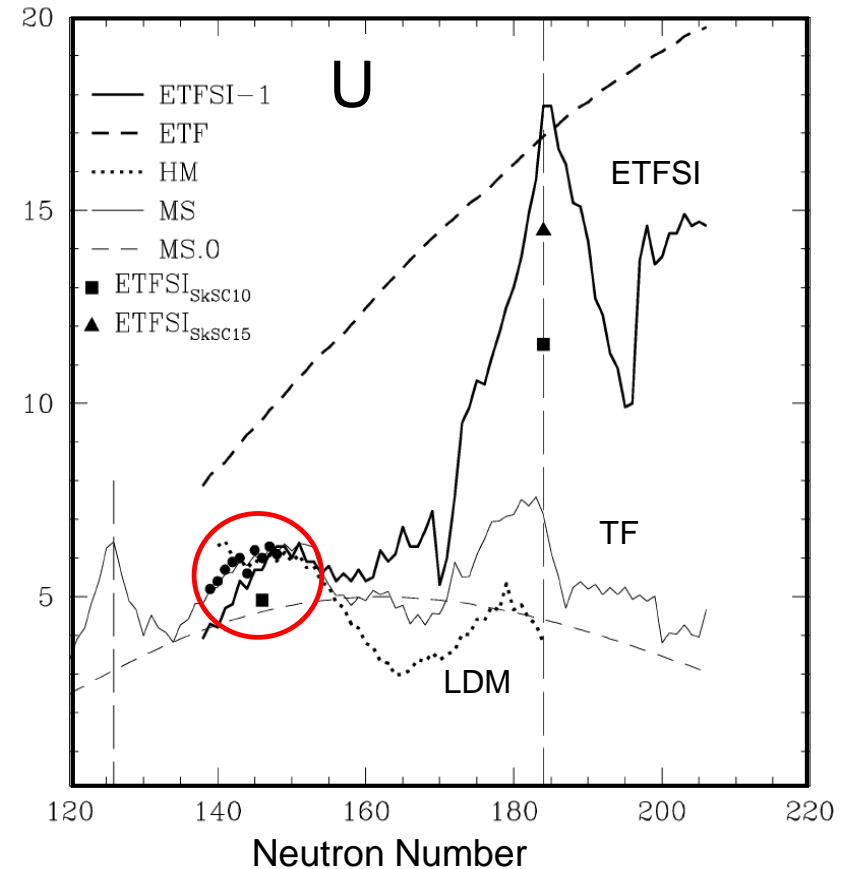
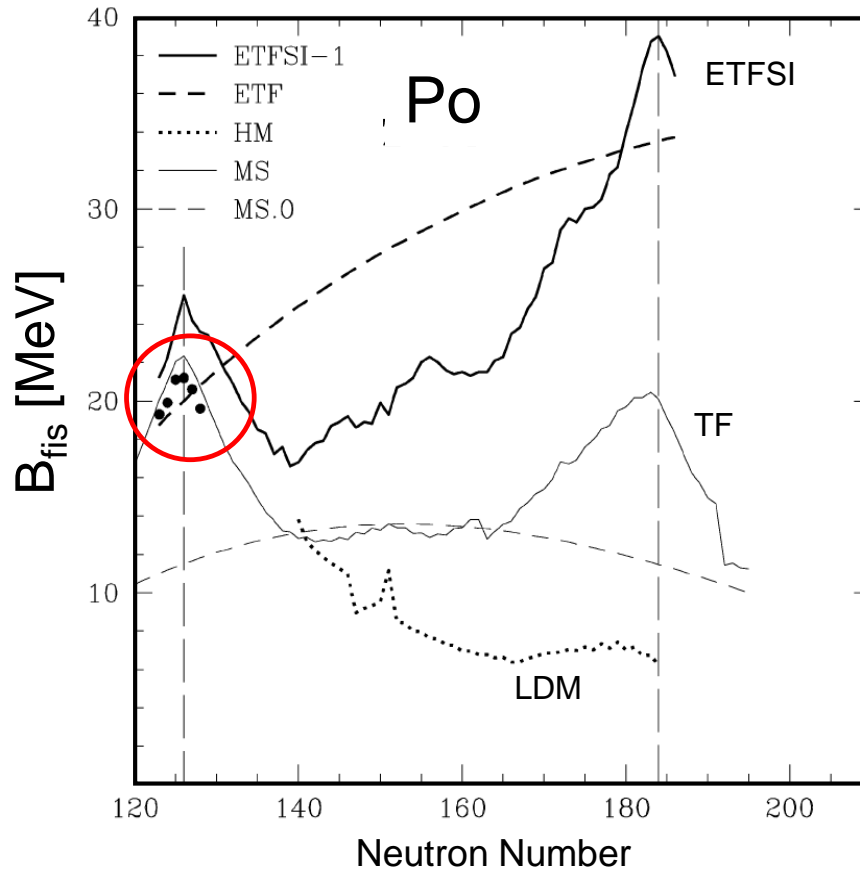


A. Mamdouh et al. NPA679 (2001), 337

## Experimental and calculated fission barriers $B_{\text{fis}}$ for Po and U

Full symbols – experimental data

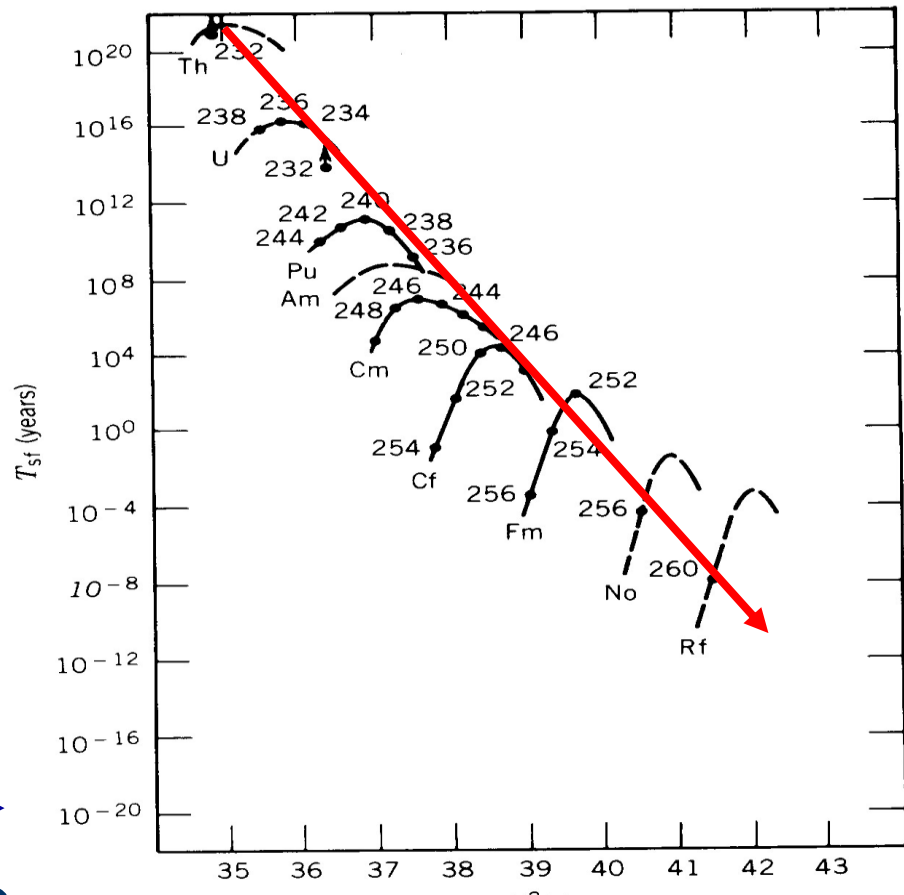
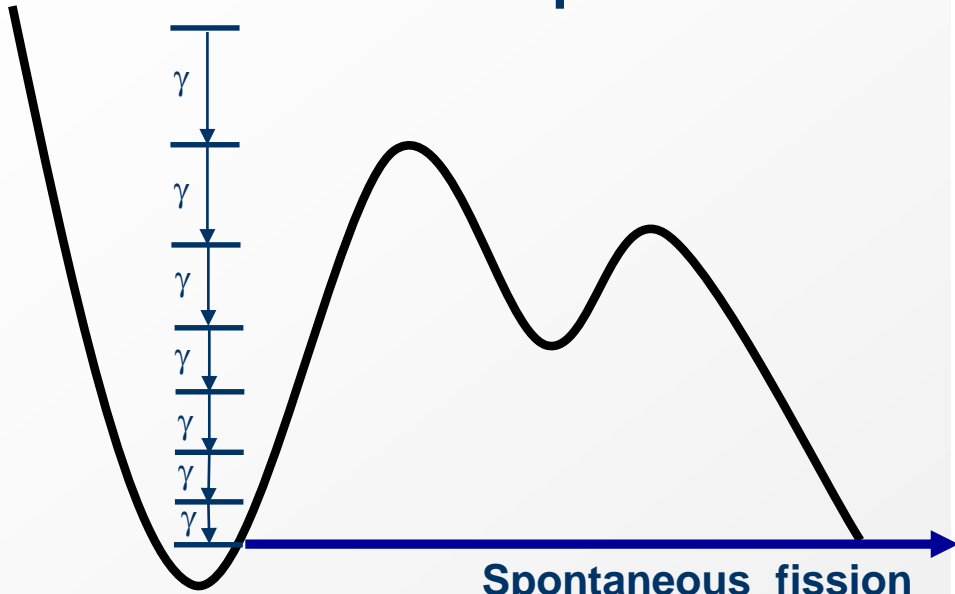
Lines - calculations



# Spontánne štiepenie ( $T_{1/2,sf} \sim 10^{-6} - 10^{25} \text{s}$ )



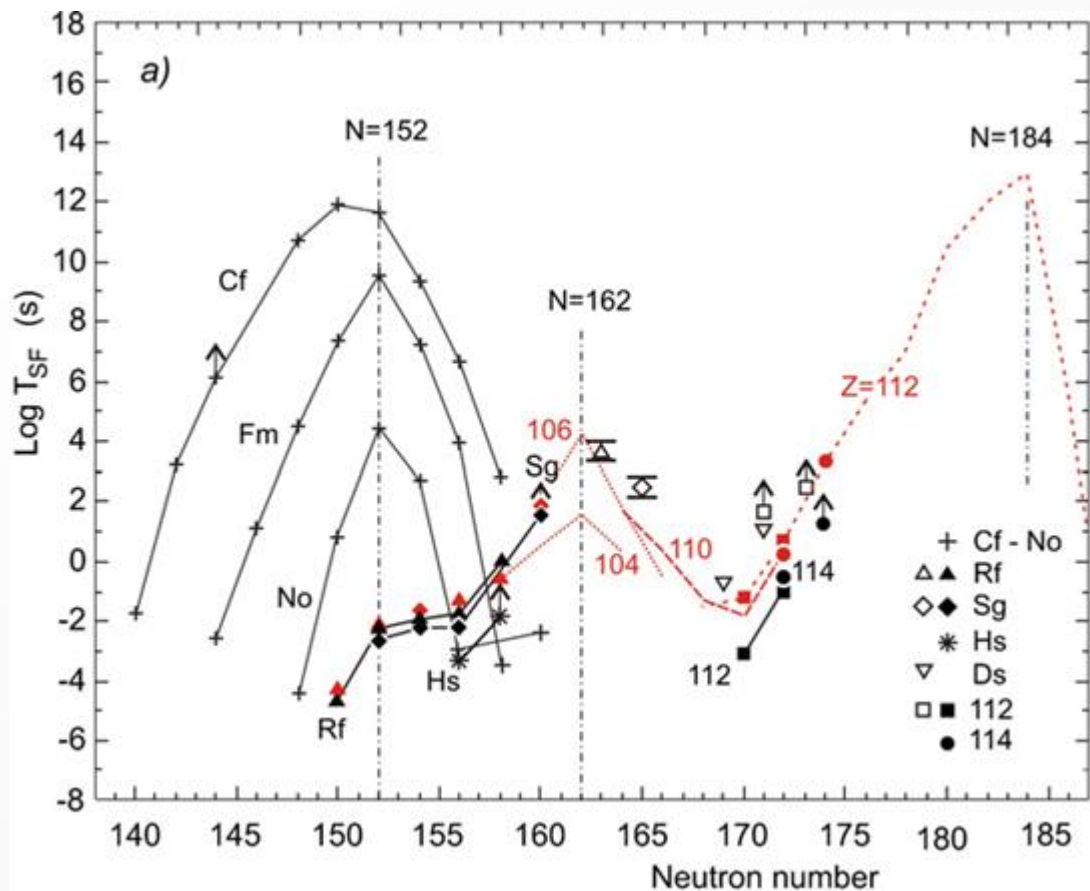
- 1940 Spontaneous fission ( $^{238}\text{U}$ , G.N. Flerov and K.A. Petrzhak)
- Fission from the ground state
- Shell effects are important



Ratio of Coulomb to Surface terms  $Z^2/A$

$$\Gamma_f = \frac{1}{2\pi\rho} \left\{ 1 + \exp\left[ \frac{2\pi(B_f - E)}{h\omega_f} \right] \right\}^{-1}$$

# Pravdepodobnosť SF transuránov



Yu. Oganessian, *J. Phys. G.* 34, R165 (2007)

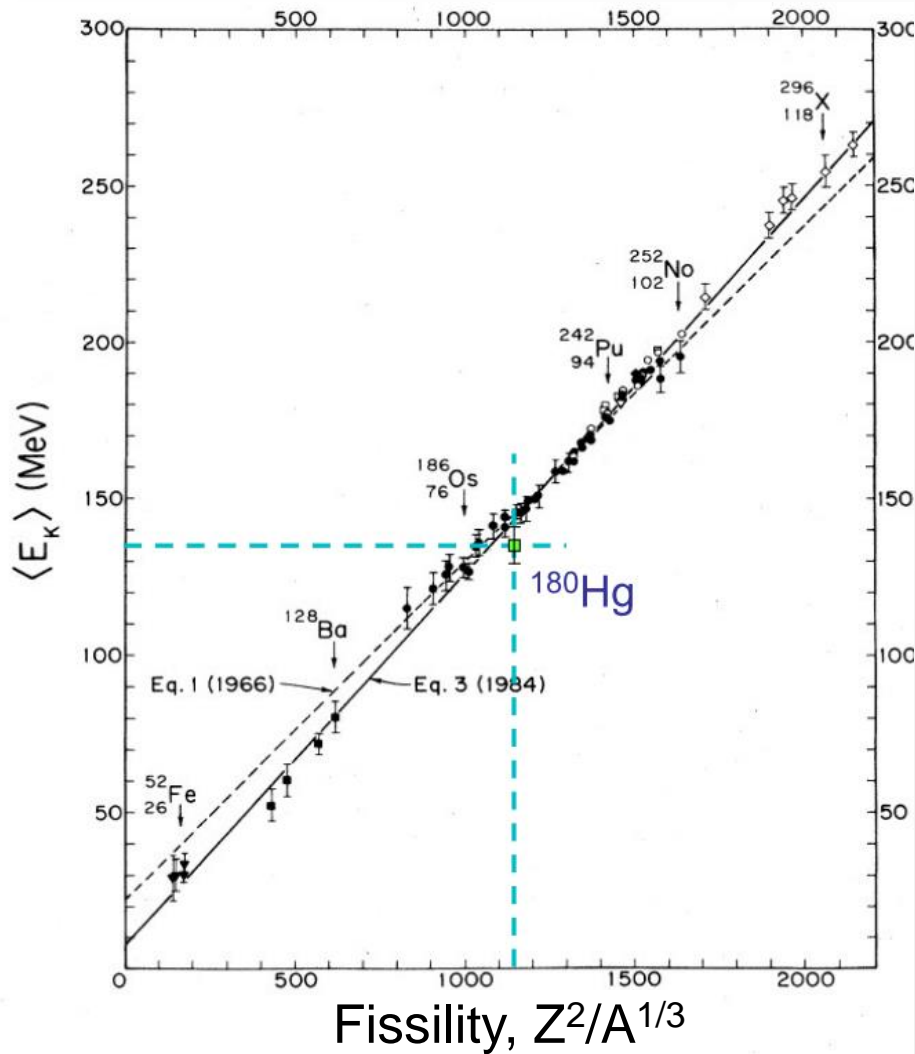
Parciálne polčasy štiepenia vykazujú lokálne maximá pre oblasti uzatvorených vrstiev – sférických aj deformovaných.

N = 152 a N = 162 sú uzavreté deformované vrstvy neutrónov.

N=184 je očakávaná sférická uzavretá vrstva.

Izotopy Rf vykazujú pritom odlišný trend ako izotopy No. Pravdepodobne pre ne začína dominovať vplyv uzavretej vrstvy N=162.

# TKE

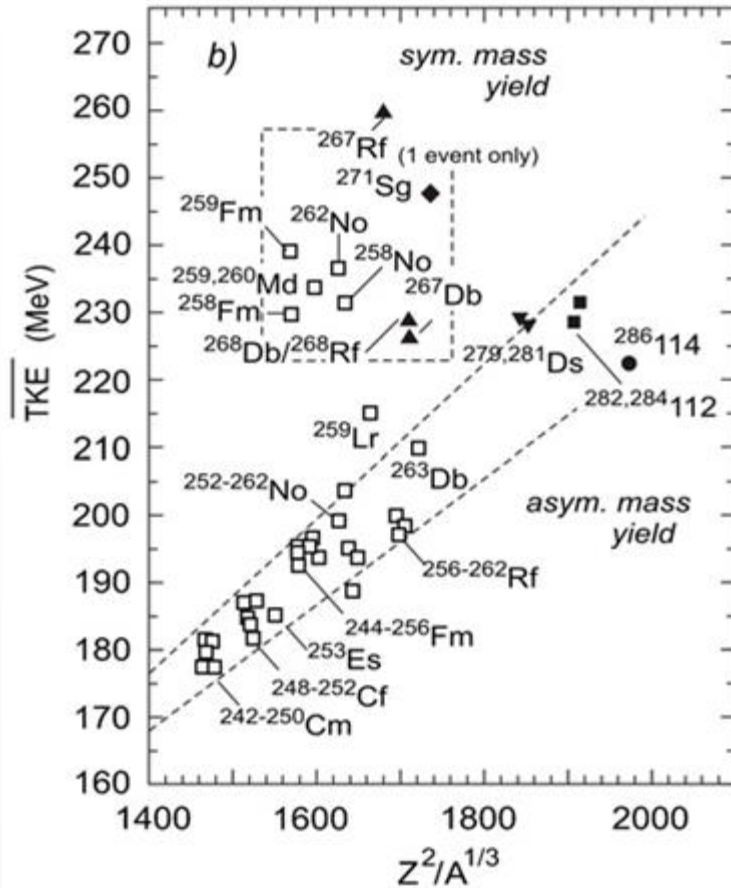


Celková kinetická energia fragmentov (TKE) sa riadi tzv. Viola Seaborg systematikou, ktorá vykazuje lineárny trend medzi TKE a štiepiteľnosťou jadra definovanou ako  $Z^2/A^{1/3}$ .

S.A Kreek et al. PRC50 (1994) 2288



# TKE v oblasti transuránov



Yu. Oganessian, *J. Phys. G.* 34, R165 (2007)

Viola-Seaborg pre transurány vykazuje naďalej podobný lineárny trend, ale objavuje sa niekoľko výnimiek.

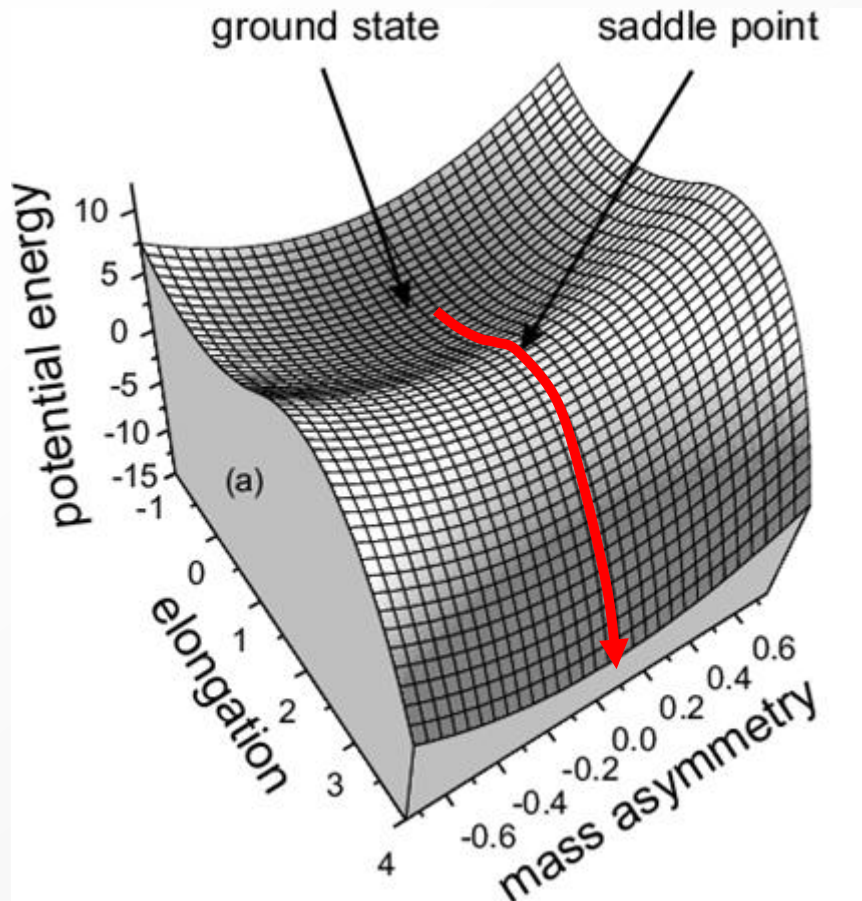
Ide zväčša o izotopy, ktoré sa štiepia symetricky na dva fragmenty z oblasti dvojito magického jadra  $^{132}\text{Sn}$ .

Symetria rozloženia hmoty vo fragmentoch, je jednou z podstatných vlastností spontánneho štiepenia jadier.

# Očakávaná distribúcia fragmentov



## Macroscopic (LDM) part only



Ak by sme predpokladali iba kvapkový model, očakávali by sme symetrickú distribúciu fragmentov. Nie je dôvod, aby bol jeden z fragmentov väčší.

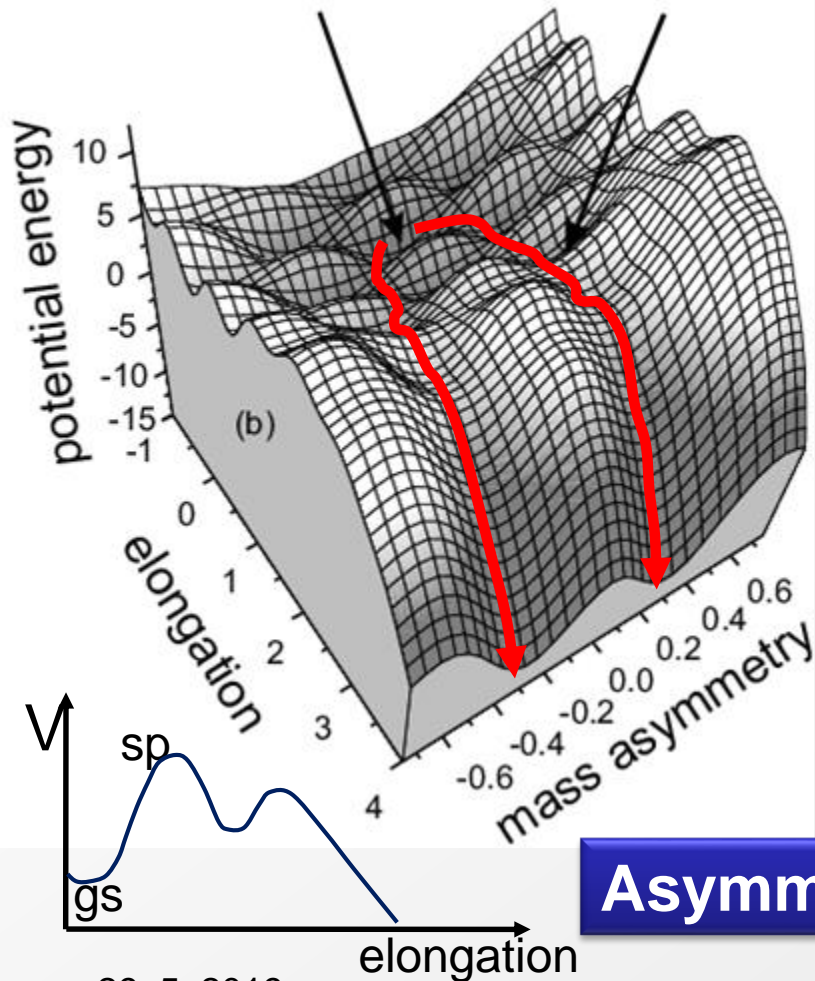
## Symmetric Mass Split

# Vplyv vrstvovej korekcie



## Macroscopic + Microscopic

ground state saddle point



V dôsledku existencie vrstvových korekcií, začínajú fragmenty pri vytváraní „cítiť“ stabilizačný efekt uzavretých vrstiev a následne prichádza k nesymetrickému prerozdeleniu jadrovej hmoty počas procesu štiepenia.

## Asymmetric Mass Split

# Aký fragment sa vytvorí?



Vrstvové korekcie pre neutróny  
(podobne aj pre protóny)

Výrazné  
minimá pre  
magické čísla

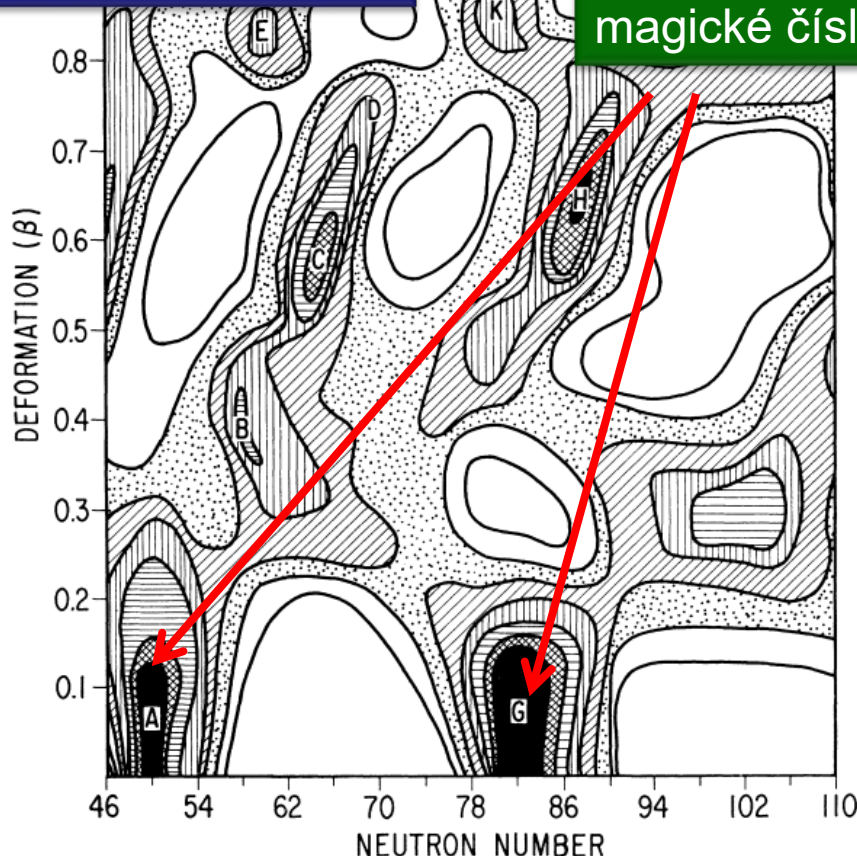


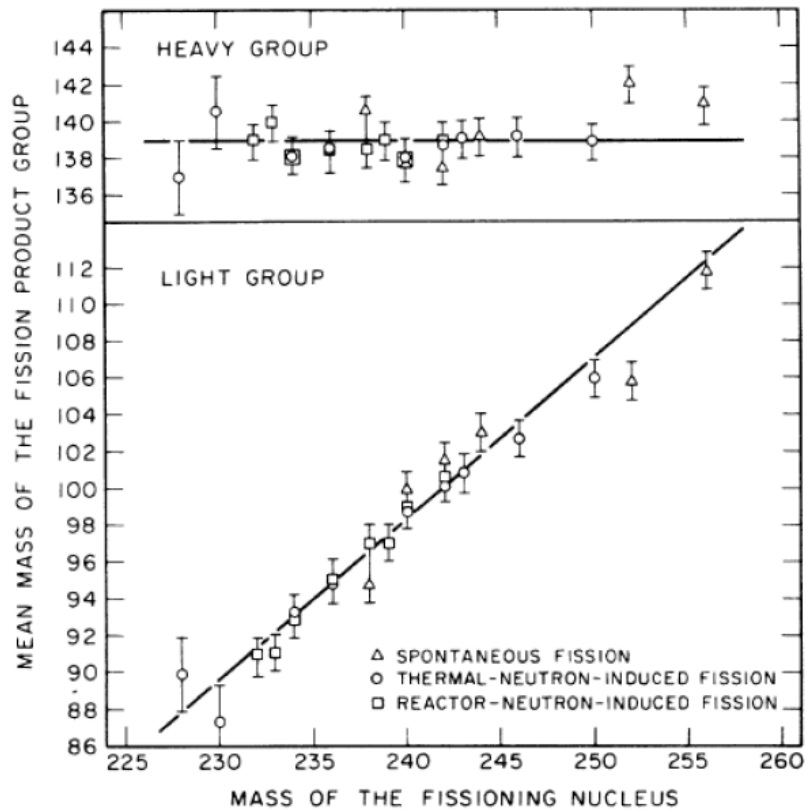
FIG. 1. Neutron-shell corrections calculated as a function of deformation ( $\beta$ ) and neutron number. The contours are plotted at 1 MeV intervals with the black regions (representing the strongest shell corrections) containing all values lower than  $-4$  MeV and the inner white region (representing the weakest shell corrections) containing all values greater than  $+2$  MeV. The contours do not include any pairing or liquid-drop terms. The letters refer to particular shell regions as described in the text.

Transurány majú typicky 92 a viac protónov. Polovica je cca 50.. Očakávame preto jeden fragment z okolia  $Z = 50$  ( $Sn$ ).

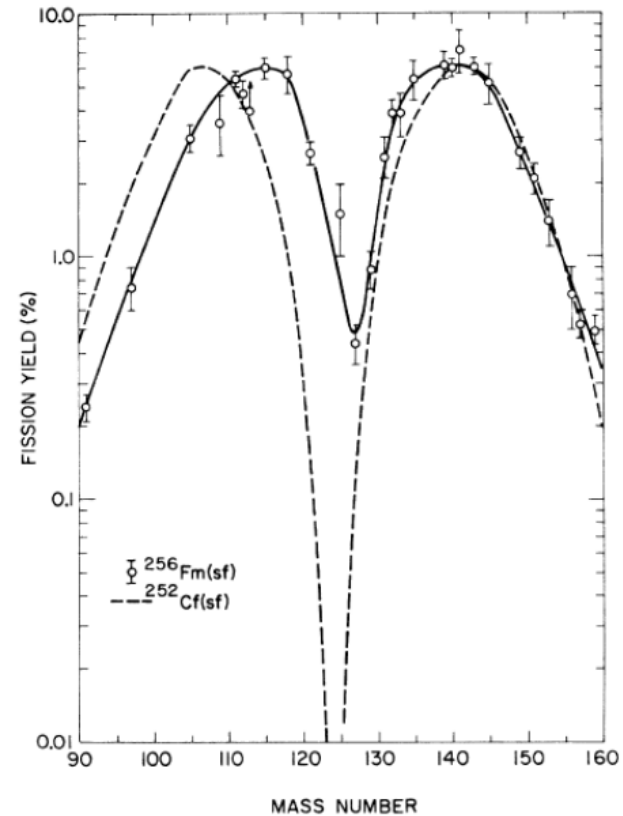
Neutrónov je cca 130 – 170. Polovica je cca 65 – 85. Očakávame preto jeden fragment z okolia  $N = 82$

Teda jeden fragment by mal byť z okolia jadra s 50 protónmi a 82 neutrónmi ( $^{132}Sn$ ).

# Asymetrické štiepenie



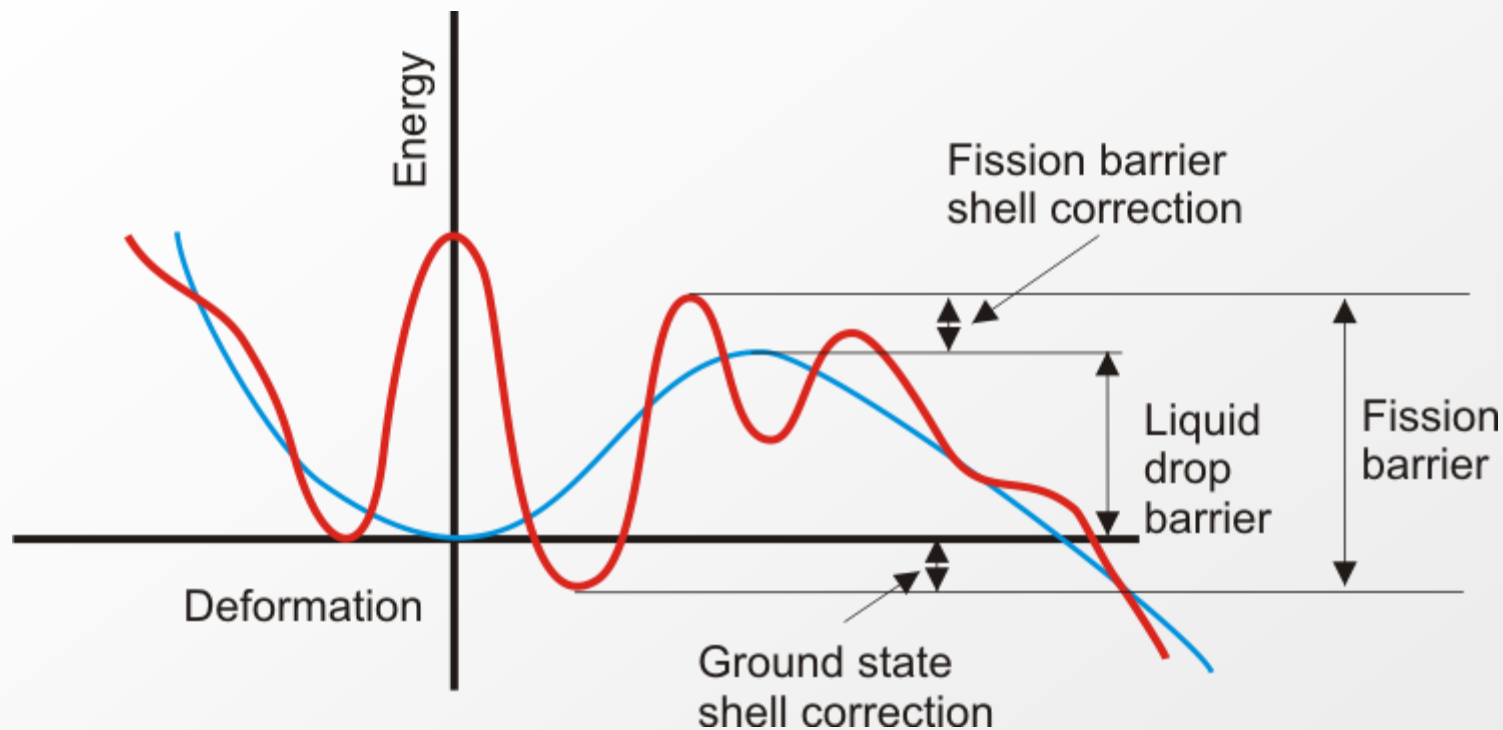
(a)



(b)

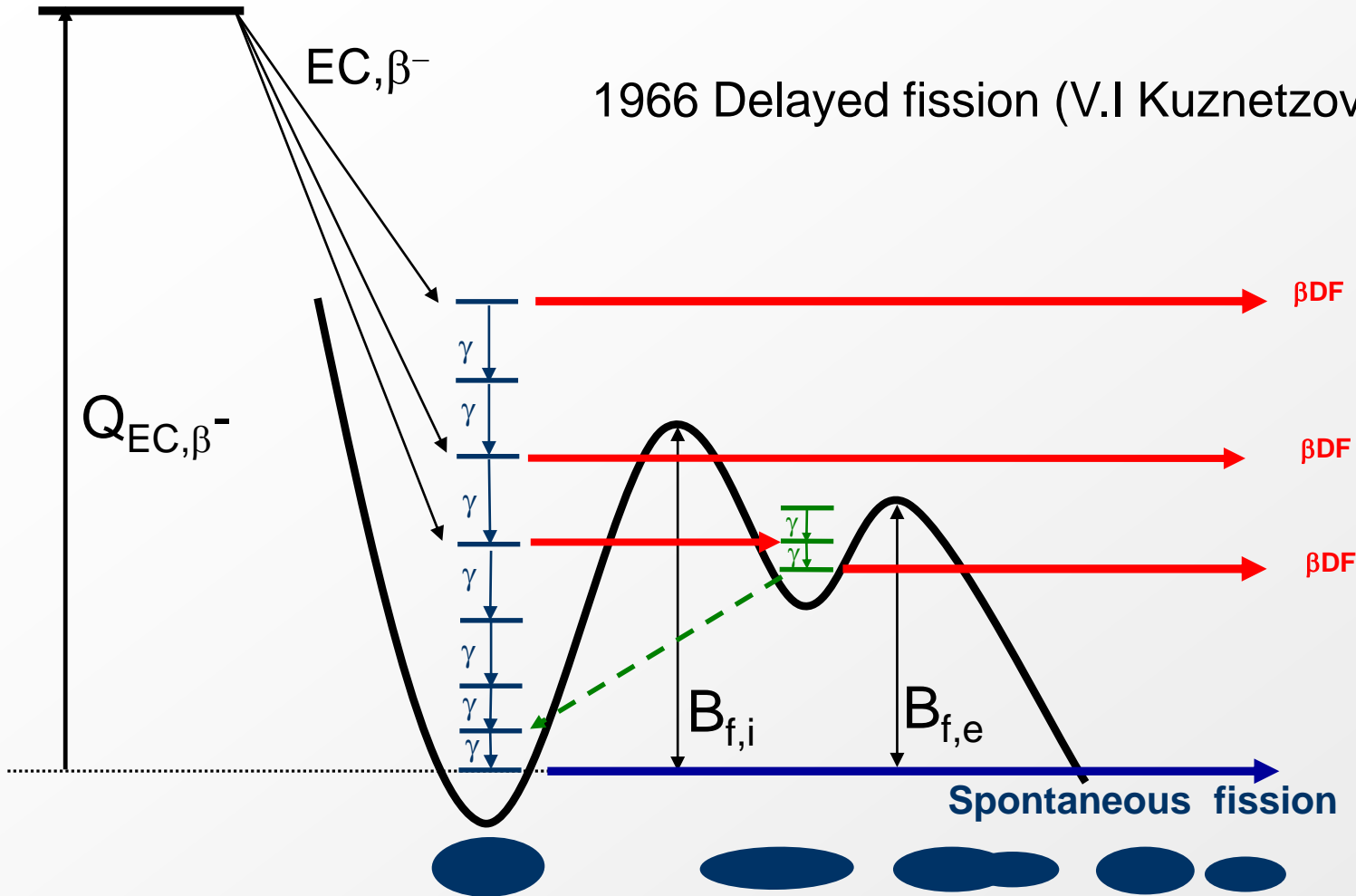
Figure 1.5: (a) Average masses of the heavy and light fragment groups as a function of the mass of the fissioning nucleus. (b) Example of the double-humped structure in the asymmetric spontaneous fission of  $^{256}\text{Fm}$  and  $^{252}\text{Cf}$  [Fly72].

# Štiepna bariéra vs. Kvapkový model





# Beta delayed fission ( $\beta$ DF, $T_{1/2,f}=T_{1/2,b}$ )





# Pravdepodobnosť betaDF



Pravdepodobnosť definovaná ako pomer štiepení po beta premene a samotného počtu beta premien  $p_{\beta DF} = \frac{N_{\beta DF}}{N_{\beta}}$

$$P_{ECDF} = \frac{N_{ECDF}}{N_{EC}} = \frac{\int_0^{Q_{EC}} (Q_{EC} - E)^2 \times S_{\beta}(E) \frac{\Gamma_f(E, B_f)}{\Gamma_{tot}(E)} dE}{\int_0^{Q_{EC}} (Q_{EC} - E)^2 \times S_{\beta}(E) dE}$$

$(Q_{EC} - E)^2$  – Phase factor for EC decay  
 $S_{\beta}(E)$  –  $\beta$ -strength function

$$\Gamma_f = \frac{1}{2\pi\rho} \left\{ 1 + \exp\left[ \frac{2\pi(B_f - E)}{h\omega_f} \right] \right\}^{-1} \text{ -inverted parabola approximation}$$

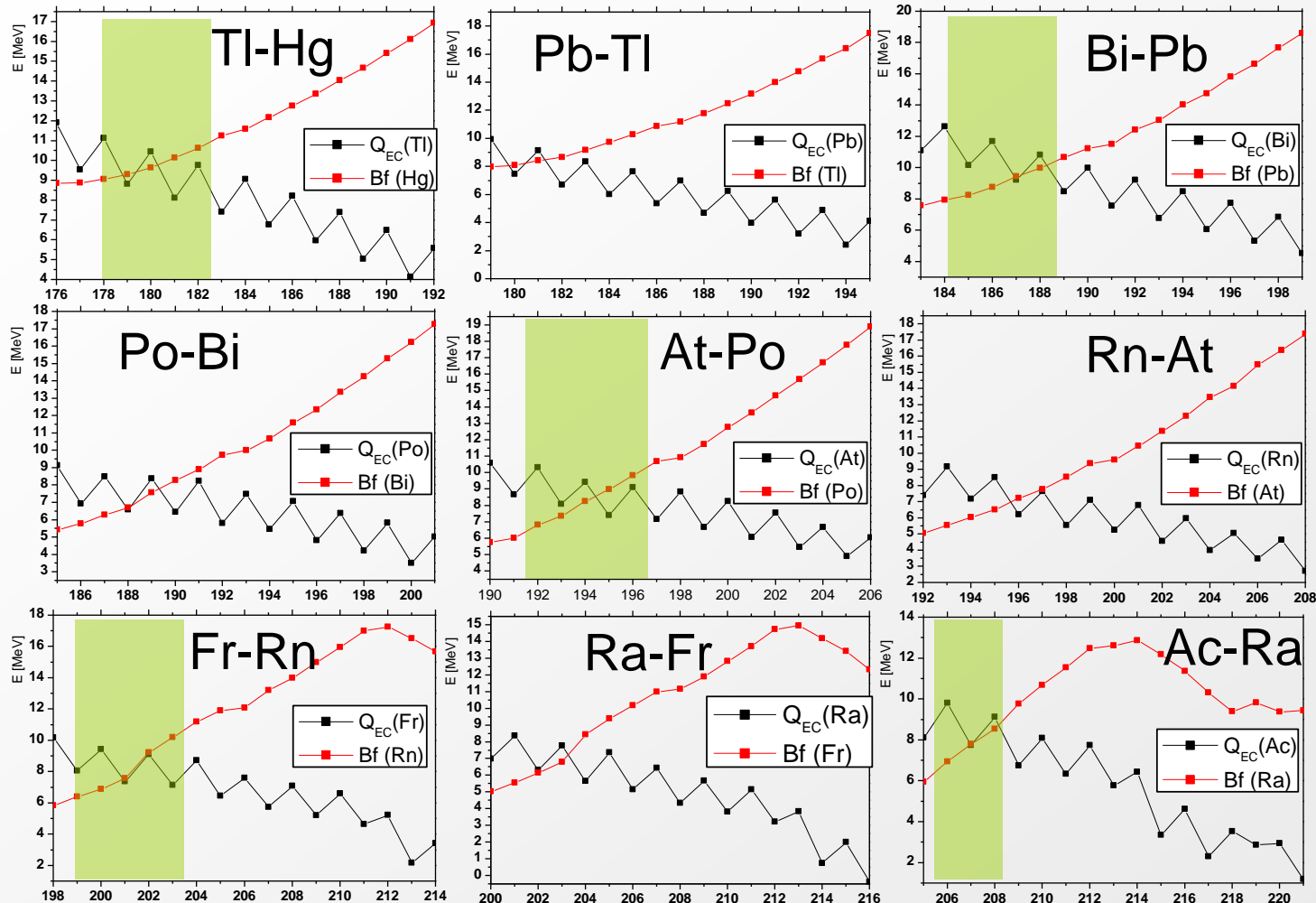
D.L. Hill and J.A. Wheeler

Takže pre pravdepodobnosť oneskoreného štiepenia bude kritické, aby boli obsadzované stavy po beta premene čo najbližšie k samotnej výške štiepnej bariéry.

# Podmienky pre štúdium $\beta$ DF



S. Antalic 20.03.2007 16:22:56



Fission Barriers: W.D. Myers, W. Swiatecki Phys. Rev. C60 (1999) 014606

Masses: P. Moller et al. At. Data and Nucl. Data table 59 (1995) 185

29. 5. 2019

Štiepenie jadier

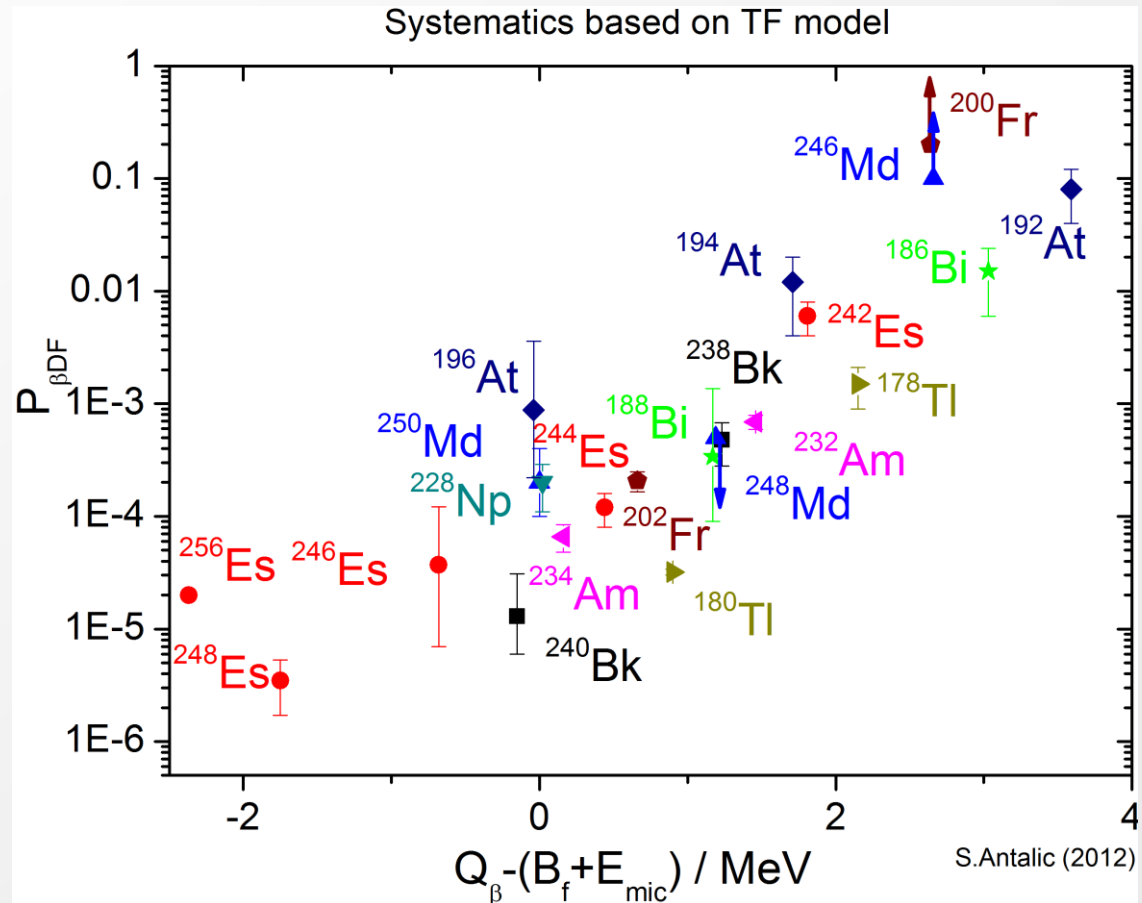
18/23

# Pravdepodobnosť betaDF exp.



Proces oneskoreného štiepenia je známy pre niekoľko jadier, najmä v oblasti neutrónovo-deficitných izotopov v okolí  $Z = 92$

$$p_{\beta DF} = \frac{N_{\beta DF}}{N_{\beta}}$$

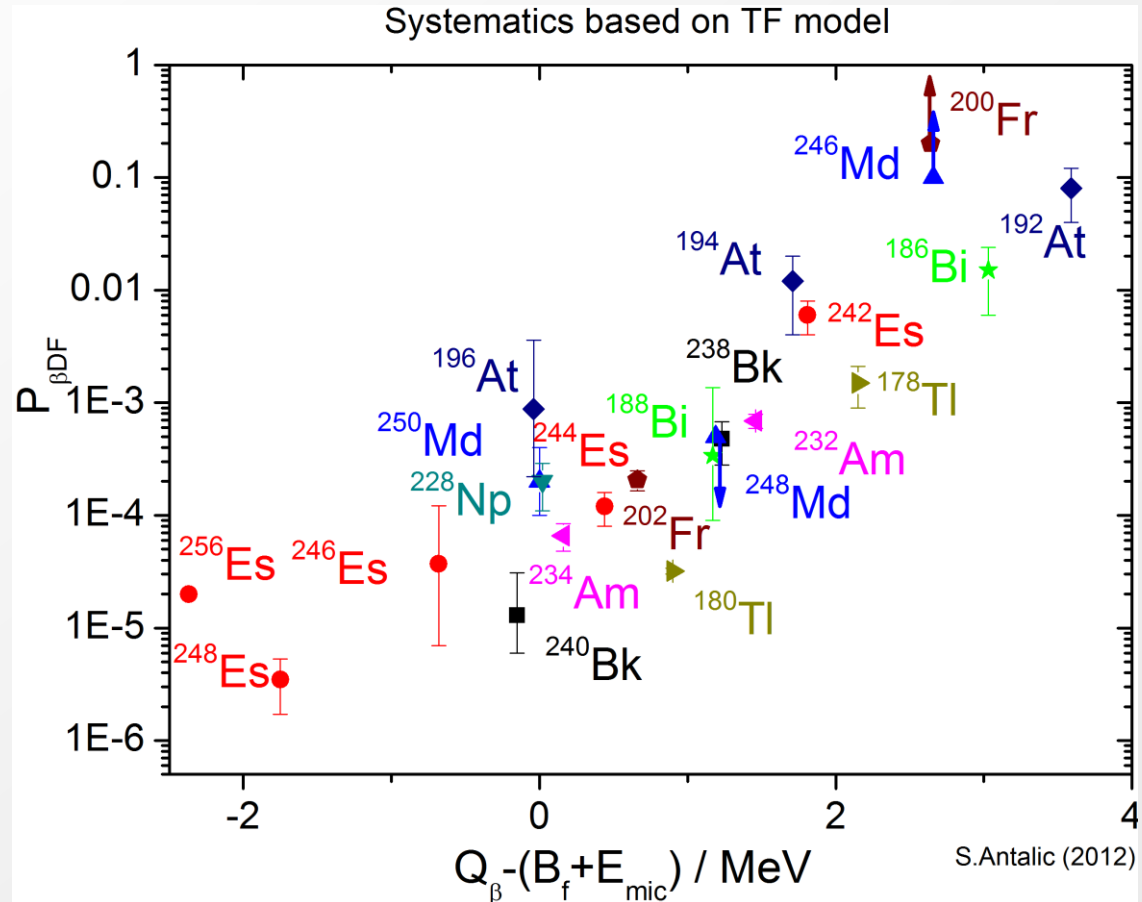


# Pravdepodobnosť betaDF exp.



Proces oneskoreného štiepenia je známy pre niekoľko jadier, najmä v oblasti neutrónovo-deficitných izotopov v okolí  $Z = 92$

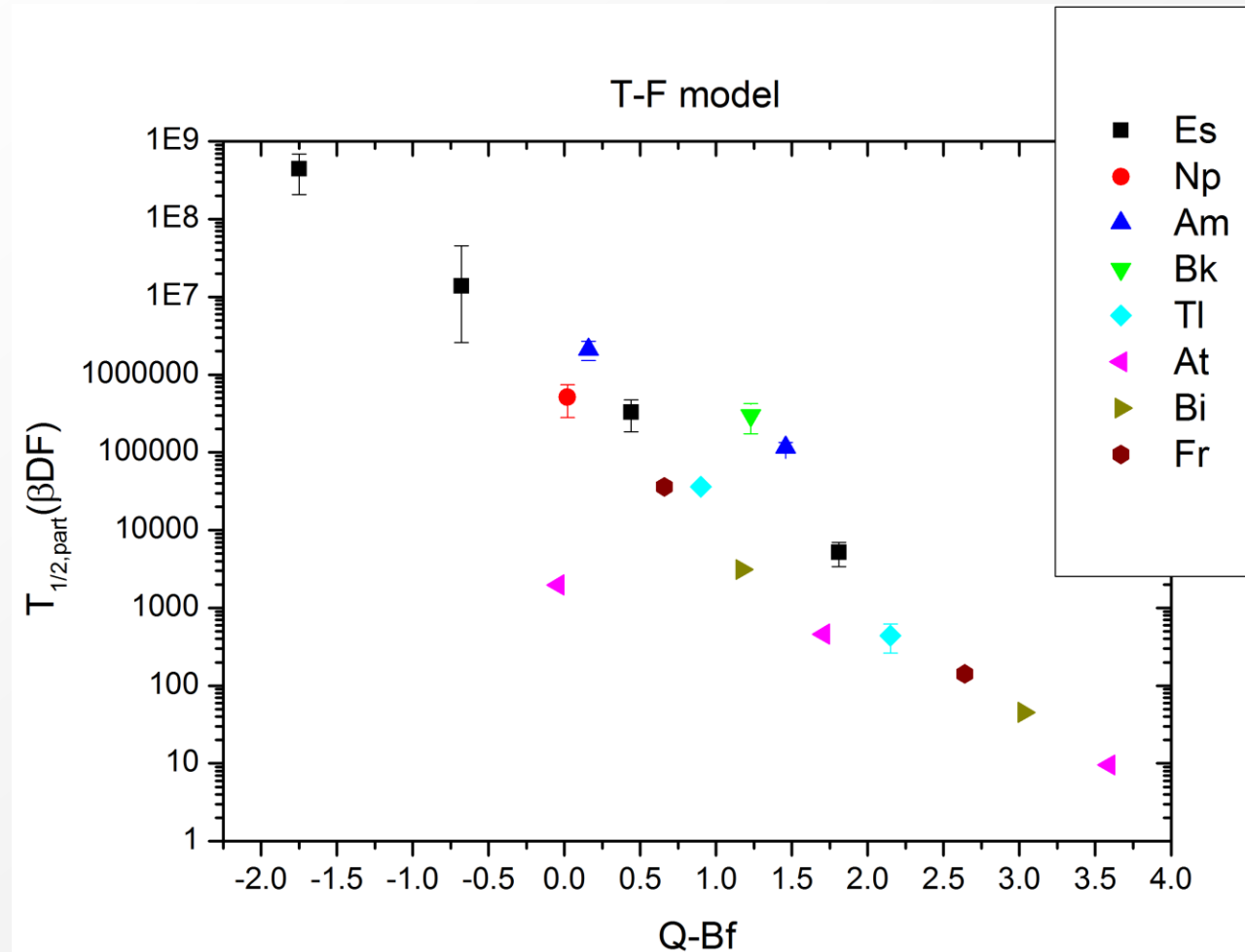
$$p_{\beta DF} = \frac{N_{\beta DF}}{N_{\beta}}$$



# Parciálne počasy pre betaDF



Parciálne počasy nasledujú exponenciálny trend (resp. lineárny v log. mierke)



# Odhad výšky štiepnej bariéry



- Detailné výsledky pre výpočty podľa FRLDM (Finite range liquid-drop model) – P. Moller et al. *Heavy-element fission barriers* Phys. Rev. C 79, 064303 (2009)
- Jednoduchá parametrizácia pre kvapkový model (self-consistent Thomas-Fermi model) – W.D. Myers and W.J. Swiatecki, *Thomas-Fermi fission barriers*, Phys. Rev. C 60, 014606 (1999)

Pozor, tento model poskytuje iba makroskopickú bariéru. Tu je potrebné ešte navýšiť o mikroskopickú korekciu [P. Möller, J. R. Nix, W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, *Nuclear Ground-State Masses and Deformations* At. Data Nucl. Data Tables **59**, 185-381 (1995)]

<http://t2.lanl.gov/nis/data/astro/molnix96/massd.html>

# Štiepna bariéra podľa T-F modelu



$$B_{TF}(N, Z) = S(N, Z)F(X) \text{ MeV}$$

kde  $S$  je úmerné povrchovej energii  $S = A^{2/3}(1 - kI^2)$

kde  $I \equiv \frac{(N-Z)}{A}$  a  $k$  je koeficient povrchovej symetrie

$$k = 1.9 + (Z - 80)/75$$

Parameter štiepiteľnosti  $X$  je v tejto parametrizácii  $X = \frac{Z^2}{A(1-kI^2)}$

Funkcia  $F(X)$  má pre  $X_1 \leq X \leq X_0$  podobu

$$F(X) = 0.000199749(X - X_0)^3$$

a pre  $30 \leq X \leq X_1$  je aproximovaná ako

$$F(X) = 0.595553 - 0.124136(X - X_1)$$

pričom  $X_1 = 34.15$  a  $X_0 = 45.5428$

Celková bariéra je  $B = BTF - E_{mic}$

pričom  $E_{mic}$  je (zvyčajne) záporná stabilizačná korekcia

# 1984 „Cluster decay“



- Existuje jadrový typ rozpadu jadra medzi emitovaním alfa častice a štiepením jadra?
- Pri výpočte Q hodnôt sa zistilo že pre niektoré jadrá je povolená emisia  $^{14}\text{C}$   
Identifikované ako prvé pre jadro  $^{223}\text{Ra}$  ktoré sa s pravdepodobnosťou  $10^{-7}$  rozpadá na  $^{209}\text{Pb}$ .
- Neskôr bolo identifikovaných cca 25 prípadov s emisiou jadier až po  $^{34}\text{Si}$
- Parciálny polčas rozpadu je  $10^{14} - 10^{27}$  rokov



# 1994: Electromagnetic fission



Nuclear Physics A 614 (1997) 400-414

NUCLEAR  
PHYSICS A

## Fission barriers from electromagnetic fission of $430 \cdot A$ MeV radioactive ion beams <sup>\*</sup>

A. Grewe<sup>a</sup>, S. Andriamonje<sup>c</sup>, C. Böckstiegel<sup>a</sup>, T. Brohm<sup>a</sup>,  
H.-G. Clerc<sup>a</sup>, S. Czajkowski<sup>c</sup>, E. Hanelt<sup>a</sup>, A. Heinz<sup>b</sup>, M. G. Itkis<sup>d</sup>,  
M. de Jong<sup>a</sup>, A. Junghans<sup>a</sup>, M. S. Pravikoff<sup>c</sup>, K.-H. Schmidt<sup>b</sup>,  
W. Schwab<sup>b</sup>, S. Steinhäuser<sup>a</sup>, K. Sümmerer<sup>b</sup>, B. Voss<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Institut für Kernphysik, Schloßgartenstr. 9, 64289 Darmstadt, Germany

<sup>b</sup> Gesellschaft für Schwerionenforschung, Planckstr. 1, 64291 Darmstadt, Germany

<sup>c</sup> CEN Bordeaux-Gradignan, Gradignan, France

<sup>d</sup> JINR, Dubna, Russia

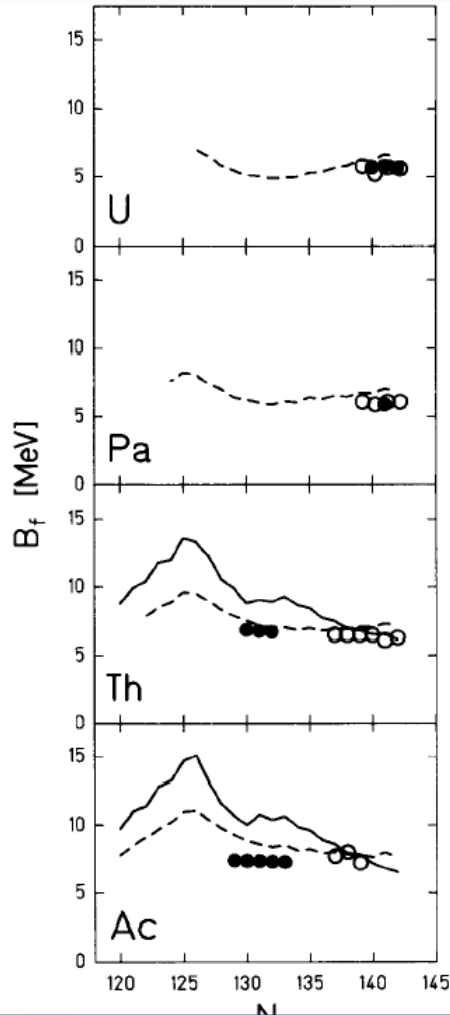
Received 19 August 1996; revised 29 October 1996

### Abstract

For isotopically separated secondary beams of neutron-deficient nuclei delivered by the SIS-FRS facility at the GSI, electromagnetic fission-in-flight induced at  $430 \cdot A$  MeV in a secondary lead target was observed. Electromagnetic fission cross sections were measured for  $^{232,233,234}\text{U}$ ,  $^{232}\text{Pa}$ ,  $^{220,221,222}\text{Th}$ ,  $^{218,\dots,222}\text{Ac}$  and  $^{215,217,218,219}\text{Ra}$ . By using a simple analysis, fission barriers were derived from the electromagnetic fission cross sections. For the U- and Pa-isotopes, these barriers agree with those measured previously by other methods. The new barriers for Th- and Ac-isotopes are smaller than predicted theoretically.

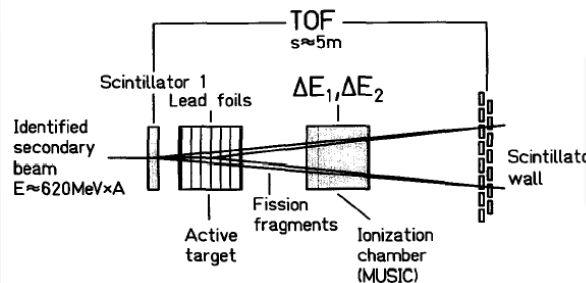
PACS: 24.75.+i; 24.30.Cz; 25.70.De; 25.85.-w; 25.60.-t; 25.60.Dz; 27.80.+w; 27.90.+b

Keywords: Nuclear reaction; Radioactive beams; Electromagnetic excitation; Fission  $^{232,233,234}\text{U}(\gamma, f)$ ,  $^{232}\text{Pa}(\gamma, f)$ ,  $^{220,221,222}\text{Th}(\gamma, f)$ ,  $^{218,\dots,222}\text{Ac}(\gamma, f)$  and  $^{215,217,218,219}\text{Ra}(\gamma, f)$ ; Measured  $\sigma_{\text{em}}^f$ ; Deduced fission barriers



Pri fragmentácii jadier je možné vytvoriť z fragmentov sekundárny zväzok. Následne tento zväzok môžeme nechať interagovať s inými ťažkými jadrami (napr. jadrá olova). Pri následnej interakcii prichádza k tzv. kulombovskému vzbudzeniu, ktoré sekundárne ióny excituje. V prípade akcítácie nad štiepnu bariéru prichádza k ich štiepeniu.

Jedna z možností ako študovať výšky štiepných barrier jadier, ktoré sa neštiepia.

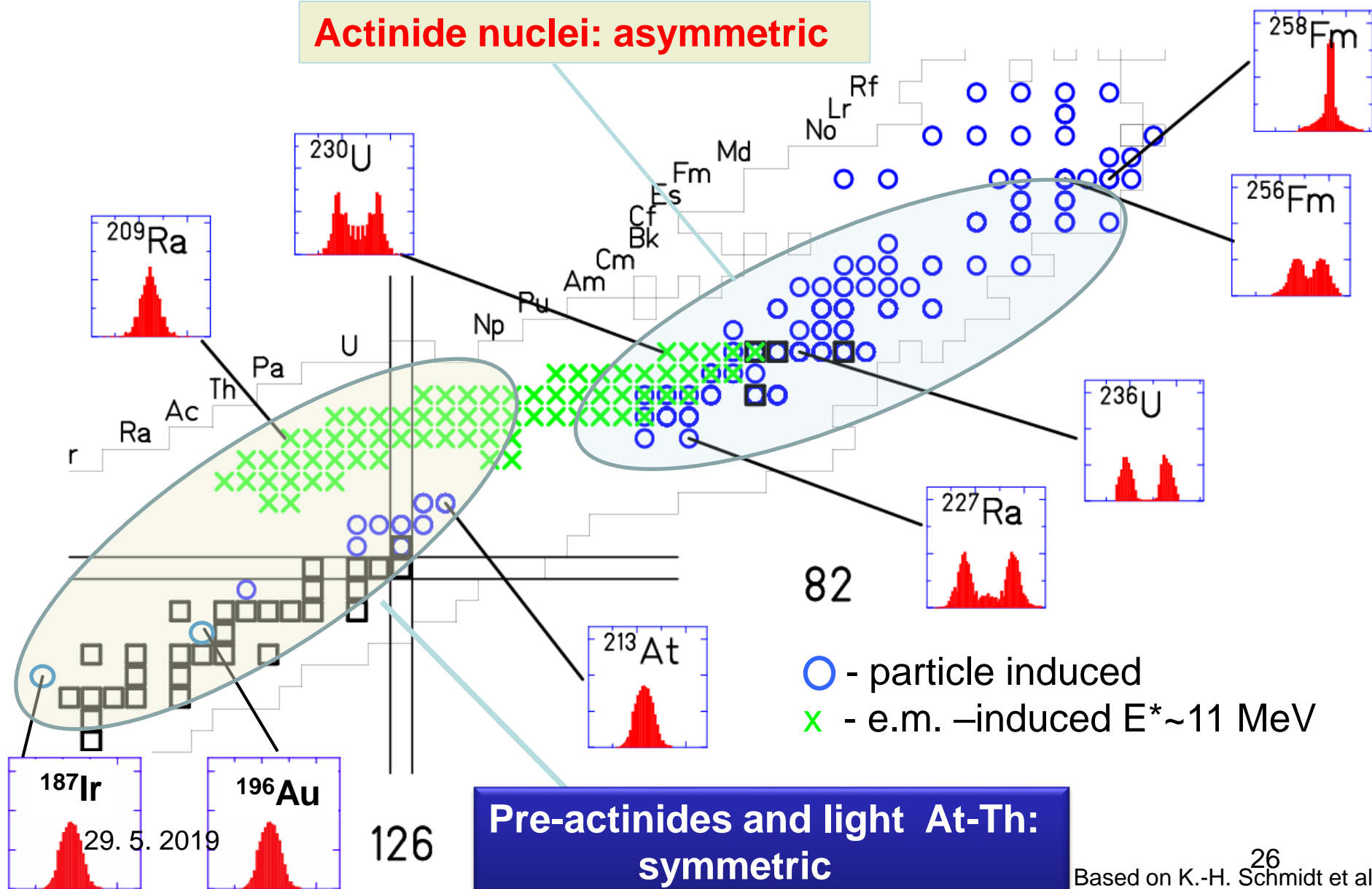


Štiepenie jadier

# Experimental information on low-energy fission



**Actinide nuclei: asymmetric**



○ - particle induced  
x - e.m. -induced  $E^* \sim 11$  MeV

**Pre-actinides and light At-Th:  
symmetric**

# Faktor potlačenia štiepenia



				Bh	Bh 260 ?	Bh 261	Bh 262		Bh 264	Bh 265	Bh 266	Bh 267		
	107													
				Sg	Sg 258	Sg 259	Sg 260	Sg 261	Sg 262	Sg 263	Sg 264	Sg 265	Sg 266	
	106				2.6 ms	0.32 s	3.6 ms	0.23 s	15 ms		68 ms		21 s	
				Db	Db 256	Db 257	Db 258	Db 259	Db 260	Db 261	Db 262	Db 263	Db 266	
	105				1.6 s			0.51 s	1.5 s	1.8 s	34 s	27 s	22 m	
		Rf	Rf 253	Rf 254	Rf 255	Rf 256	Rf 257	Rf 258	Rf 259	Rf 260	Rf 261	Rf 262	Rf 263	Rf 265
			48 μs	23 μs		6.67 ms	4.1 s	14.7 ms	3.0 s	21 ms		11 m		~106 s
		Lr	Lr 252	Lr 253	Lr 254	Lr 255	Lr 256	Lr 257	Lr 258	Lr 259	Lr 260	Lr 261	Lr 262	
			0.36 s		18 s			0.65 s	3.9 s	6.3 s	3 m	39 m	3.6 h	
		No	No 250	No 251	No 252	No 253	No 254	No 255	No 256	No 257	No 258	No 259	No 260	No 262
			4.2 μs		2.3 s			3.1 m	2.91 s	24.5 s	1.2 ms	58 m	106 ms	5.0 ms
		Md	Md 249	Md 250	Md 251	Md 252	Md 253	Md 254	Md 255	Md 256	Md 257	Md 258	Md 259	Md 260
			21.7 s		4.27 m			10 m	27 m	77 m	5.52 h	95 m	31.8 d	
		Fm	Fm 248	Fm 249	Fm 250	Fm 251	Fm 252	Fm 253	Fm 254	Fm 255	Fm 256	Fm 257	Fm 258	Fm 259
			36 s	2.6 m	1.8 s	30 m		3.0 d	3.24 h	20.1 h	70 ns	2.63 h	100.5 d	0.38 ms
		Es	Es 247	Es 248	Es 249	Es 250	Es 251	Es 252	Es 253	Es 254	Es 255	Es 256	Es 257	
			4.55 m	27 m	102.2 m	222 h	8.6 h	33 h	20.47 d	39.3 h	275.7 d	39.8 d	7.8 d	7.8 d
		Cf	Cf 246	Cf 247	Cf 248	Cf 249	Cf 250	Cf 251	Cf 252	Cf 253	Cf 254	Cf 255	Cf 256	
			35.7 h	3.11 h	333.5 d	351 a	13.08 a	898 a	2.645 a	17.81 d	60.5 d	1.4 h	12.3 m	

Napriek plynulej zmene parciálnych polčasov, vykazujú vetviace pomery nerovnomerný trend pre jednotlivé izotopy.

# Faktor potlačenia štiepenia

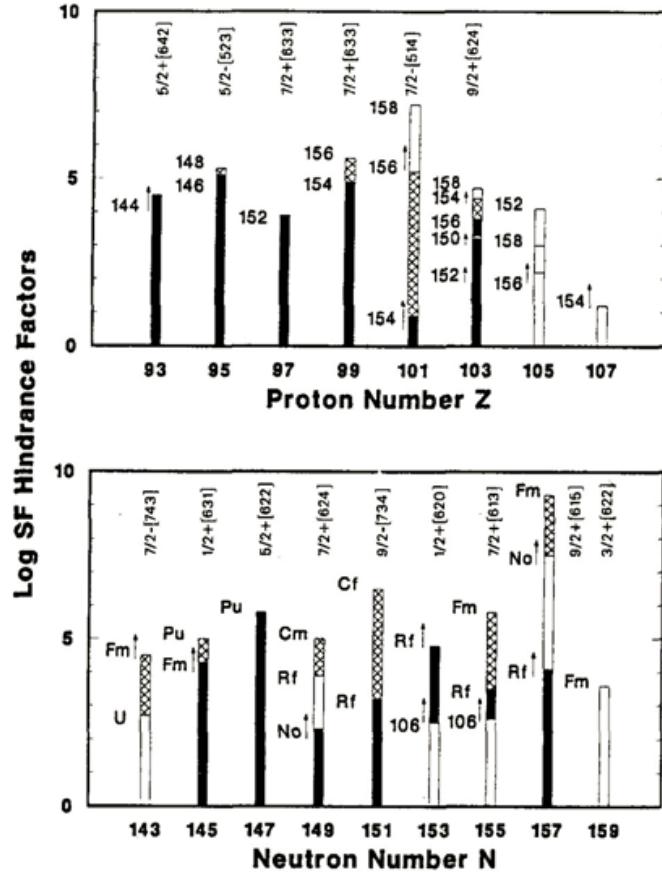


Fig. 3. Logarithms of SF hindrance factors (HF) for odd-neutron and odd-proton nuclides. Lower limit values are indicated by arrows. An open bar indicates that the HF was calculated relative to only one e-e neighbor. A filled or hatched bar indicates that the HF was calculated relative to two e-e neighbors. [From Ref. [11].]

Aj pri štiepení sleduje potlačenie parciálnych polčasov rozpadov jadier. Pre nepárno-párne izotopy sú parciálne polčasy štiepení potlačené aj o niekoľko rádov.

Tento faktor potlačenia sa zvyčajne odhaduje ako pomer polčasu pre nepárno-párny izotop a priemeru polčasov pre susedné páro-párne izotopy

$$HF = \frac{T_{1/2,o-e}}{avg(T_{1/2,e-e})}$$

Jednotlivé prísupy sa môžu líšiť. Taktiež ostáva otvorenou otázkou, či nepárno-nepárne izotopy majú násobne vyšší faktor potlačenia ako nepárno-párne.